

修士論文

静止衛星を用いた
同期**CDMA**通信システムにおける同期手法
に関する研究

指導教官 森広 芳照 教授

京都大学大学院情報学研究科
修士課程通信情報システム専攻

阪本 卓也

平成14年2月8日

静止衛星を用いた 同期 CDMA 通信システムにおける同期手法に関する研究

阪本 卓也

内容梗概

現在、光ファイバを利用した ATM コアネットワークは既に敷設されているが、離島や山間僻地など、コアネットワークへのアクセスが困難な地域が多数ある。このような地域におけるアクセス回線として静止衛星を用いた CDMA 通信システムを用いることを検討する。静止衛星を用いた CDMA 通信システムは広範なサービスエリア及び、統計的多重効果によりパケットベースのネットワークとの整合性の良さなどの特長を有する。CDMA 通信システムには非同期方式と同期方式があり、非同期 CDMA 方式はランダムアクセスという長所を持つ一方、既存の TDMA 方式や FDMA 方式を用いたシステムに比べて本質的に周波数利用効率が低いという短所を有する。しかし、各々の地球局の送信信号を衛星上でチップレベルで同期させる同期 CDMA 方式を用いることで周波数利用効率を改善することが可能と考えられる。高速通信を目的とした同期 CDMA システムにおいては要求される同期精度が著しく高い。従って従来の手法よりも高い同期精度を与える手法の開発が望まれている。

本論文では静止衛星を用いたギガオーダーチップレート of CDMA 通信システムの実現可能性を同期精度の点から検討することを目的とする。同期精度は遅延時間の変動に大きく依存するため、遅延時間の変動の時系列モデルを作成することが必要となる。そのため、対流圏位相シンチレーション、衛星の運動、発振器の位相揺らぎ、観測雑音を考慮にいたした遅延時間変化のモデル信号を作成し、更に静止衛星 N-STAR-a を用いた実験を行うことでモデル信号の一部の特徴を確認した。更にそのモデル信号を用いたシミュレーションにより固定フィルタ法、カルマンフィルタ法及び LMS フィルタ法の同期精度を調べ、これら従来手法の問題点を明らかにする。従来法の問題点を解決するために、提案カルマンフィルタ法及び提案 LMS フィルタ法といった新たな同期手法を提案し、同期精度を従来法より高める。その結果として、提案カルマンフィルタ法が 0.275nsec の同期精度を維持できることを示し、日本国内において 1Gchip/sec の CDMA 通信システムの同期維持が可能であることを明らかにした。

A Study on Synchronization Methods for Synchronous CDMA Communication Systems with GEO Satellites

Takuya SAKAMOTO

Abstract

High-speed core networks with optical fibers are globally being installed. However, it is very difficult to access these core networks from rural districts such as remote places among mountains and solitary islands. Synchronous CDMA systems with GEO satellite links are very attractive to solve this problem, since synchronous CDMA systems have wide service areas and are suitable for packet-based networks due to their statistically multiplexing effect. Furthermore, their statistically multiplexing effect leads to effective frequency utilization and power efficiency. In synchronous CDMA systems, each transmitted signal from a fixed earth station must be controlled to be synchronized with each other. However, the broadband systems require extremely precise timing control.

In this paper, we discuss synchronization methods and evaluate their timing accuracy for the broadband systems quantitatively. First, we propose time-series model of delay based on measured power spectrum of Italsat beacon signals. Furthermore, we measured delay time-series using N-STAR-a, which is a GEO satellite, and confirm the characteristics of model delay time-series used in this paper. Secondly, we point out defects of two fixed filter methods and a Kalman filter method and a LMS filter method. Two fixed filter methods have bad performance for random noises, and a Kalman filter method and a LMS filter method have bad performance for trend components. Then, we propose new two synchronization methods, which are robust to both random noise and trend components. As a result, we conclude that one of the proposed synchronization methods has synchronization accuracy of 0.275nsec which is compatible with 1Gchip/sec CDMA systems with GEO satellites.

静止衛星を用いた
同期 CDMA 通信システムにおける同期手法に関する研究

目次

第 1 章	序論	1
1.1	研究背景	1
1.2	研究目的	2
1.3	本論文の構成	2
第 2 章	システムモデル	4
2.1	システムモデル	4
2.2	同期手法	5
第 3 章	遅延時間時系列のモデル信号生成	9
3.1	同期誤差の原因	9
3.2	観測雑音	9
3.3	衛星の運動	10
3.4	発振器の位相揺らぎ	13
3.5	対流圏位相シンチレーション	13
3.6	モデル信号の生成	14
第 4 章	衛星遅延の測定	15
4.1	測定の目的及び測定装置の構成	15
4.2	遅延分布に関する検討	16
4.3	遅延時間変化の測定及び考察	18
第 5 章	予測フィルタとデジタル信号処理	23
5.1	予測フィルタ	23
5.2	固定フィルタ法	23
5.3	カルマンフィルタ法	24
5.3.1	カルマンフィルタの原理	24
5.3.2	線形確率システムのパラメータ同定と AIC	27
5.4	LMS フィルタ法	30
第 6 章	同期手法と同期誤差	32

6.1	同期手法の特性シミュレーション	32
6.2	衛星運動効果及び観測雑音が無視しうる場合の同期誤差	32
6.3	観測雑音と同期誤差	34
6.4	衛星運動効果と同期誤差	35
第 7 章	提案カルマンフィルタ法	37
7.1	提案カルマンフィルタ法及びそのパラメータ最適化	37
7.2	提案カルマンフィルタ法の特性	39
第 8 章	LMS フィルタ法と提案 LMS フィルタ法	40
8.1	従来の LMS フィルタとその問題点	40
8.2	提案 LMS フィルタ法とその特性	42
8.3	提案 LMS フィルタ法のパラメータ最適化	43
8.4	提案 LMS フィルタ法の一般化	46
第 9 章	各種パラメータと同期手法の同期精度についての検討	47
9.1	パラメータと同期精度	47
9.2	衛星運動効果に対する同期誤差の定量的評価	47
9.3	観測雑音に対する同期誤差の定量的評価	49
9.4	更新周波数に対する同期誤差の定量的評価	52
第 10 章	結論	53
	謝辞	56
	参考文献	57
	付録	
A.1	伝搬路に起因する遅延時間変動	
A.1.1	遅延時間変動の諸原因について	
A.1.2	衛星運動効果	
A.1.3	電離層	
A.1.4	乾燥大気	
A.1.5	水蒸気	
A.1.6	降雨	
A.1.7	遅延時間変動の主な要因	
A.2	CDMA 同期化による多重数増加の評価	

- A.2.1 同期化による利点の評価
- A.2.2 システムモデル
- A.2.3 CDMA 干渉電力と拡散符号数
- A.2.4 通信品質と干渉電力
- A.2.5 同期化によるチャネル数の増加
- A.3 Welch の不等式と CDMA
 - A.3.1 Welch の不等式の証明
 - A.3.2 等号成立条件と準同期条件
 - A.3.3 線形符号と拡散符号

第1章 序論

1.1 研究背景

音声、画像、文字データが統合されたマルチメディアネットワークの開発に向けて、各種の研究が行われている。マルチメディアネットワークにおけるデータの伝送方式として非同期転送モード (Asynchronous Transfer Mode; 以下 ATM と略す) が注目されている。ATM はデータをセルと呼ばれる一定長のブロックに分割し、各セルに制御情報を付与して転送するパケット通信方式の一種である。

現在、光ファイバを利用した ATM コアネットワークは既に敷設されているが、離島や山間僻地など、コアネットワークへのアクセスが困難な地域が多数ある。このような地域におけるアクセス回線として広範囲に散在する地域からコアネットワークへのアクセスを可能とする通信衛星の利用が有効と考えられる [1][2]。特に、静止衛星を用いたシステムは 1 つの衛星のみで広い範囲をカバーすることが可能であるという利点を有する。

しかしながら、通信衛星は高価で通信容量が小さいという問題を有するため、多くの地球局で共有して有効に利用する多元接続が必要である。多元接続方式の一つである符号分割多重方式 (Code Division Multiple Access; 以下 CDMA と略す) はマルチメディアネットワークのようなパケット通信において統計的多重効果により周波数の有効利用の図れる有力な方式と考えられている。

各々の拡散符号を同期させずに多元接続する非同期 CDMA 方式はランダムアクセスという長所を有する一方、既存の TDMA 方式や FDMA 方式を用いたシステムに比べて本質的に周波数利用効率が低いという短所を有するため、統計的多重効果による周波数利用効率の改善を十分に活かすことが難しい [3][6]。CDMA 方式において各々の地球局の送信信号を衛星上でチップレベルで同期させる同期 CDMA 方式は拡散符号系をうまく選ぶことで非同期 CDMA に比べて各符号の直交性が高くなり、周波数の有効利用を可能にする利点を有する [4][5]。一方、チップレートが高くなると各地球局の信号を高い精度で同期させることが難しくなる。静止衛星を用いた同期 CDMA システムで高速通信を実現するためには高精度の信号同期手法が必要不可欠である。

1.2 研究目的

現在までに静止衛星を用いた完全同期 TDMA システムや CDMA 衛星移動通信に関する研究など、地球局間の同期手法に関する研究がなされている [7][8][9][10][11][12][13][14][15][16][17][18][19][20][21][22][23][24][25]。これらの研究では固定フィルタを用いる同期系を用いることで十分な同期精度が可能であることが理論、実験等を通して示されている。しかしながら、従来のシステムは主に音声を対象としたシステムであるため、求められる同期精度は高くても $1\mu\text{sec}$ 程度である。一方、多数のユーザーがコアネットワークへのブロードバンドアクセスを可能とする同期 CDMA システムはギガオーダーのチップレートを必要とするため、既存の同期手法による同期精度では不十分である。更に、同期手法に関する多くの研究ではステップ波形やランプ波形などの単純な伝搬遅延変化に対する同期手法の特性のみが検討されているため、それら同期手法を実際のシステムへ適用した場合の同期精度は得られていない。そこで本研究では、静止衛星 N-STAR-a を用いた遅延時間変化測定実験を行い、その結果に基づいた伝搬遅延変化モデル信号を作成する。更にその伝搬遅延変化モデル信号の元で、静止衛星を用いた同期 CDMA 通信システムの信号間の同期精度を計算機シミュレーションにより評価する。同期手法として従来用いられてきた固定フィルタ及び最適フィルタとして知られるカルマンフィルタや LMS フィルタを適用した場合の同期精度を示し、それらの問題点を明らかにする。これらの問題点の解析結果を元に、従来法より高い同期精度を実現する提案カルマンフィルタ法及び提案 LMS フィルタ法を提案する。そして最後に、提案同期手法を用いた場合の 1Gchip/sec オーダーの同期 CDMA 静止衛星通信システムの実現性を評価する [26][27]。

1.3 本論文の構成

本論文の構成について述べる。第 2 章では本論文で仮定するシステムモデルについて述べる。更に、同期維持法の概要について解析的に考察し、同期維持のための条件や計算時間の制限を導出する。第 3 章では本論文で用いる遅延時間変化の原因について述べる。同期維持上問題となる信号の性質に着目し、解析的に調べる。また、モデル信号の生成法について説明する。第 4 章では静止衛星 N-STAR-a を用いた遅延時間測定実験を行い、その結果を用いて 3 章で述べ

る遅延時間変動モデル信号の妥当性を確認する。第5章では本論文で予測フィルタとして用いる固定フィルタ法、カルマンフィルタ法及びLMSフィルタについて、その基本的な原理と計算法について概説する。カルマンフィルタ法に関してはその前処理であるシステム同定を第3章で作成したデータに適用し、その問題点に触れる。第6章では第2章で述べたシステムモデルに基づき、第3章で生成した遅延時間変化のモデル信号に第5章で述べた固定フィルタ法およびカルマンフィルタ法を適用した場合の同期精度について調べ、各々のフィルタの有する問題点を考える。第7章では第6章で明らかにした各フィルタの問題点を元にそれを解決するための提案カルマンフィルタ法について述べる。更に提案カルマンフィルタ法のパラメータを最適化し、その同期精度について述べる。第8章では第5章で述べたLMSフィルタを本システムの同期維持に適用し、カルマンフィルタ法と同様にトレンド成分が問題となることを示す。更にトレンド成分に対して良い特性を持つようにLMSアルゴリズムを拡張した提案LMSフィルタ法を提案し、その同期精度を示す。第9章では第7章及び第8章で提案したアルゴリズムがシステムパラメータを変化させたときにどのような振る舞いをするのかを、従来手法と比較しながら定量的に評価する。そして第10章に本論文の結論を記す。

第2章 システムモデル

2.1 システムモデル

本章では本論文で扱う通信システムのモデルを説明する。通信システムの概念図を図 2.1 に示す。システムは複数の地球局 (Fixed Earth Station; FES)、一

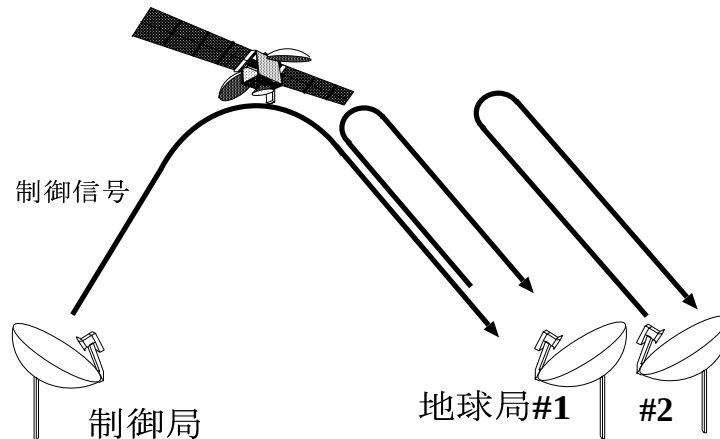


図 2.1: 同期システムの模式図

つの制御局 (Network Control Station; NCS)、一つの静止衛星により構成される。制御局は同期維持を目的として制御信号 (Pilot Signal) を送信する。地球局にはコアネットワークに直接接続された地球局と直接接続されていない地球局があり、コアネットワークに直接接続されていない地球局はコアネットワークに接続された地球局を介することでコアネットワークへアクセス可能となるとする。衛星は受信信号を周波数変換、増幅して送信するだけの動作をするベントパイプ (bent-pipe) 方式を仮定する。衛星のビームは1ビームとし、各地球局は制御局から送信される制御信号及び自局の信号が衛星で折り返されたものを受信できるものとする。各地球局では両信号の受信タイミングを元に送信タイミングを決定する信号処理を行う。その詳細については次節で説明する。地球局間には直接拡散方式の同期CDMAを用いて通信を行うものとする。拡散符号の一つは制御局に、その他は各地球局に割り当てるものとする。直接拡散CDMA方式の帯域幅はほぼチップレートと同じである。3.5GHz程度の広い帯域が利用可能なKa帯を使用することでCDMAのチップレートを1Gchip/sec程度のギガオーダーとする。このことにより数MHz程度の高速通信チャネルを多く設けることが可能と考えられるためである。同期CDMA通信システムでは同期

精度を 1 チップの 0.3 以内に抑えることで良い通信品質を維持できることが知られている [8]。ここで同期精度とは同期誤差の 2 乗平均の平方根 (Root Mean Square; RMS) を表す。従って、1Gchip/sec が 1nsec のチップ継続時間に相当することを考慮に入れると 0.3nsec 以内の同期精度を本システムの要求条件とする必要がある。本システムのシミュレーション諸元を表 2.1 に示す。

表 2.1: シミュレーション諸元

衛星の位置	東経 132 度
離心率	0.0005
軌道傾斜角	0.05°
制御局	東京都心 (東経 139.7 度、北緯 35.7 度)

2.2 同期手法

本節では本論文で扱うシステムの同期維持の方法について述べる。同期維持についての概念図を図 2.2 に、地球局における信号処理のブロック図を図 2.3 に示す。各地球局は $\lfloor T_0/T_s \rfloor$ シンボル毎に制御局からの制御信号の受信時刻と

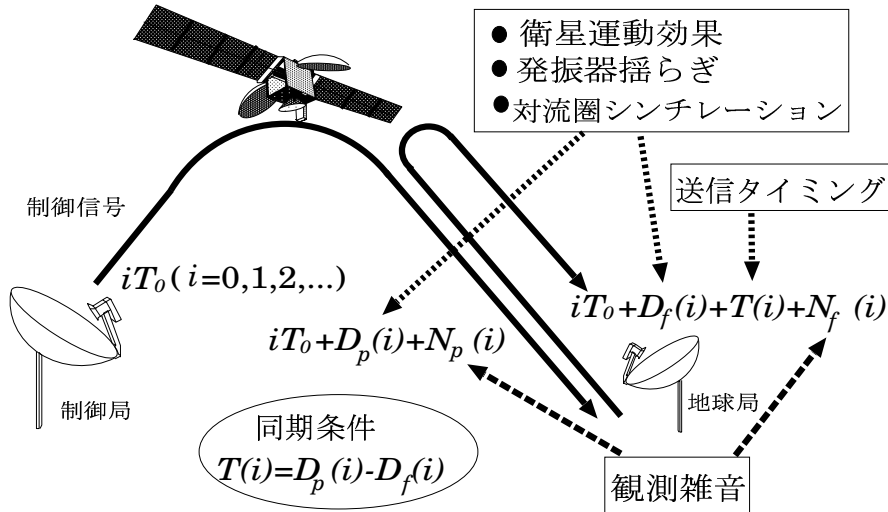


図 2.2: タイミング更新アルゴリズムの概念図

自局信号の受信時刻を受信時刻検出器 (Self-Timing Detector 及び Pilot-Timing Detector) で測定する [28]。但し $\lfloor x \rfloor$ は x を越えない最大の整数を表し、 T_s はシ

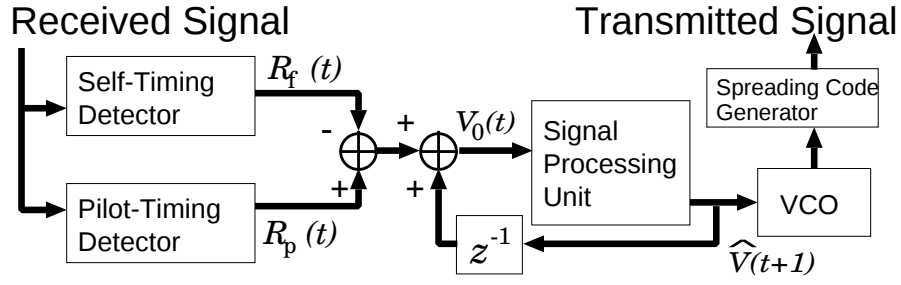


図 2.3: 地球局での信号処理のブロック図

ンボル継続時間であり、 T_0 は設計パラメータの一つで更新周期と呼ぶ。ここで制御信号及び自局信号とは各地球局が同期維持の目的のために使う信号を指すが、実際には同期用の信号とそれ以外の信号に異なる点はない。図 2.4 に同期に用いるシンボルをグレー部分で示す。今後は断らない限りこれら同期用の信号に着目する。高い自己相関特性を有する直接拡散方式を用いるために比較的

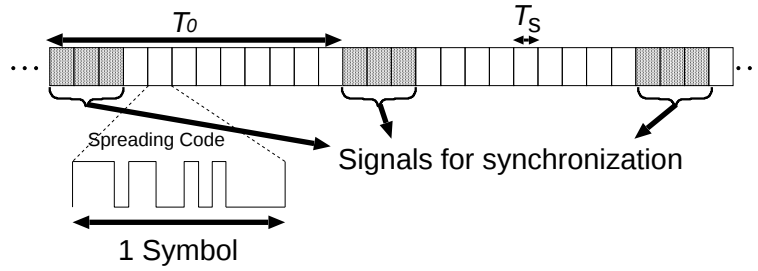


図 2.4: 同期に用いる複数シンボル

高精度の受信時刻測定が可能となるが、実際には観測雑音が含まれる。制御信号及び自局信号それぞれの受信時刻に関する観測雑音をそれぞれ $N_p(t), N_f(t)$ とする。観測雑音については第 4 章で詳しく述べる。制御局及び各地球局は基準時刻 $T_{\text{base}}(t) = tT_0 + \tilde{T}_{\text{base}}(t)$ ($t = 0, 1, \dots$) を持つとする。また、 $\tilde{T}_{\text{base}}(t)$ は発振器揺らぎに起因するランダム成分を表すが、制御局と地球局で異なるためにそれぞれ $\tilde{T}_{\text{baseP}}(t), \tilde{T}_{\text{baseF}}(t)$ と区別する。各地球局の信号送信時刻 $T_f(t)$ は基準時刻を用いて次式のように表されると仮定する。

$$T_f(t) = T_{\text{base}}(t) + T(t) + \tilde{T}(t) \quad (2.1)$$

$$= tT_0 + \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) + T(t) + \tilde{T}(t) \quad (2.2)$$

ここで $T(t)$ は地球局が同期維持のために設定する送信タイミングオフセットであり、 $\tilde{T}(t)$ は $T(t)$ に関して発振器揺らぎに起因するランダム成分を表す。地球局が自局信号を受信する時刻 $R_f(t)$ は次式で表される。

$$R_f(t) = T_{\text{base}}(t) + T(t) + \tilde{T}(t) + D_f^*(t) + N_f(t) \quad (2.3)$$

$$= tT_0 + \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) + T(t) + \tilde{T}(t) + D_f^*(t) + N_f(t) \quad (2.4)$$

ここで $D_f^*(t)$ は自局信号の遅延時間を表し、第4章で述べるように対流圏の位相シンチレーション及び衛星運動効果により変化する。

制御信号送信時刻 $T_p(t)$ は基準時刻を用いて次式のように表されると仮定する。

$$T_p(t) = T_{\text{base}}(t) \quad (2.5)$$

$$= tT_0 + \tilde{T}_{\text{baseP}}(t) \quad (2.6)$$

このとき地球局が制御信号を受信する時刻 $R_p(t)$ は次式で表される。

$$R_p(t) = T_{\text{base}}(t) + D_p^*(t) + N_p(t) \quad (2.7)$$

$$= tT_0 + \tilde{T}_{\text{baseP}}(t) + D_p^*(t) + N_p(t) \quad (2.8)$$

ここで $D_p^*(t)$ は D_f^* と同様に制御信号の遅延時間を表す。

以上の元で同期誤差 $e(t)$ は次式で表される。

$$e(t) = R_f(t) - R_p(t) - n(t) \quad (2.9)$$

$$= \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) - \tilde{T}_{\text{baseP}}(t) + T(t) + \tilde{T}(t) + D_f^*(t) - D_p^*(t) \quad (2.10)$$

但し観測雑音成分 $n(t)$ を $n(t) \equiv N_f(t) - N_p(t)$ と定義する。更に実効遅延時間 $D_p(t)$, $D_f(t)$ を次式のように定義する。

$$D_p(t) \equiv D_p^*(t) + \tilde{T}_{\text{baseP}}(t) \quad (2.11)$$

$$D_f(t) \equiv D_f^*(t) + \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) + \tilde{T}(t) \quad (2.12)$$

このとき $e(t)$ は次のように書き直せる。

$$e(t) = T(t) - (D_p(t) - D_f(t)) \quad (2.13)$$

式 (2.13) から分かるように、 $T(t) = D_p(t) - D_f(t)$ と設定することで同期誤差

$e(t) = 0$ となることが分かる。そこで遅延時間差 $V(t)$ を次式で定義する。

$$V(t) \equiv D_p(t) - D_f(t) \quad (2.14)$$

また、実際に観測される遅延時間差 $V_0(t)$ は次式で表される。

$$V_0(t) \equiv V(t) + n(t) \quad (2.15)$$

図 2.3 中のブロック図の信号処理部 (Signal Processing Unit) において時刻 $t-1$ までに取得した観測遅延時間差 $V_0(i)$ ($i = 0, 1, \dots, t-1$) から、 $V(t)$ の予測値 $\hat{V}(t)$ を推定し、送信タイミング $T(t) = \hat{V}(t)$ とすることで同期維持を行う。得られた $\hat{V}(t)$ は電圧制御発振器 (Voltage Controlled Oscillator; VCO) へ入力され、信号送信タイミングが更新される。各地球局がこの処理を行うことにより通信システム全体が同期状態を維持できると考えられる。本論文では予測値 $\hat{V}(t)$ の決定手法を特に同期手法と呼ぶ。

$V(t)$ の予測に必要な計算時間 T_c は次式を満たす必要がある。

$$T_c < T_f(t+1) - \max\{R_f(t), R_p(t)\} \quad (2.16)$$

$$\simeq T_0 - D_0 \quad (2.17)$$

但し D_0 は $D_f(t)$ の平均値であり、地球局から衛星までの往復の平均遅延時間となる。この式が要求するのはアルゴリズムの高速性であり、 T_0 の値によって T_c の条件は変化するため、実際にシステムを構成する上で同期精度とシステム複雑度がトレードオフになる点は非常に重要である。

以上においては離散的な時刻 $t \in \mathbf{N}$ ($\mathbf{N}$ は自然数の集合) についてのみ述べたが、連続的な時刻 $\tau \in \mathbf{R}$ ($\mathbf{R}$ は実数の集合) が $T_f(t) \leq \tau < T_f(t+1)$ を満たす間のタイミングオフセット $\bar{T}(\tau)$ は断らない限り $T(t)$ のまま変化させないものとする。但し $\bar{T}(\tau)$ は実数値を変数に持つ関数であり、 $V(t)$ と同様に時刻 τ における遅延時間差で定義される。また、第 5 章以降、目標信号を ζ_t で、観測信号を y_t で表現するが、本通信システムに適用する際には $\zeta_t = V(t)$ 、 $y_t = V_0(t)$ とする。

第3章 遅延時間時系列のモデル信号生成

3.1 同期誤差の原因

観測遅延時間差 $V_0(t)$ は次の 4 つの時系列及び直流成分 V_0 の和で表される [35][36][37]。

- 観測雑音 $n(t) = N_f(t) - N_p(t)$
- 衛星運動効果 $s_{\text{sat}}(t)$
- 発振器の位相揺らぎ $O(t) = \tilde{T}(t) + \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) - \tilde{T}_{\text{baseP}}(t)$
- 対流圏位相シンチレーション $T_t(t)$

ただし、直流成分は V_0 に繰り込んでおき、いずれも直流成分を持たないとする。電離圏や降雨など、他の影響については付録 A に詳しく述べる。更に次式が成り立つ。

$$D_p^*(t) - D_f^*(t) = s_{\text{sat}}(t) + T_t(t) \quad (3.1)$$

また、遅延時間差 $V(t) = V_0(t) - n(t)$ となる。

3.2 観測雑音

最初に、観測雑音 $n(t)$ について考える。タイミング観測誤差を生じる原因として次のものがある [3]。

- 自己雑音
- サンプルングによる量子化誤差
- S/N の劣化による位相雑音

自己雑音とは、地球局が発生させた拡散符号と受信信号との相関値からタイミングを決定する際に積分中に揺らぐ成分のことを言う。低周波成分は少ないため、平均操作により十分小さくなると考えられる。

サンプルングによる時間方向の量子化誤差の電力 P_s はサンプルング周期を T_c とした場合に $P_s = T_c^2/6$ で表される事が知られている。アンダーサンプルングを用いることにより等価的に T_c を充分小さくできるため、この場合量子化雑音は無視しうると考えられる。

S/N の劣化による位相雑音を考える。正弦波の位相に関しては、位相雑音は加法的雑音の非線形関数となることが知られている。一方、スペクトル拡散信号に加わる雑音と位相雑音の関係はその拡散符号や復調法に依存するため、よ

り複雑となる。そこでここでは中央極限定理によりタイミング誤差はガウス分布に従うと仮定する。S/Nの劣化による位相雑音の標準偏差 σ_p は次式で表されることが知られている。

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{B_L N_0}{2P}} \quad (3.2)$$

受信信号のS/Nが9dB、雑音を加法的白色ガウス性雑音と仮定すると位相雑音は標準偏差0.355nsecの白色ガウス性雑音となる。制御局からの信号と地球局からの信号の各々に対して生じる位相雑音は互いに無相関であると考えられるため、遅延時間差 $V(t)$ に加わる位相雑音の標準偏差は各々の位相雑音の標準偏差の $\sqrt{2}$ 倍となり、0.5nsecとなる。以上より、観測雑音は最大標準偏差0.5nsecの白色ガウス性雑音を仮定する。

3.3 衛星の運動

衛星の運動 $s_{\text{sat}}(t)$ は時間の関数として次式で表される [38]。

$$s_{\text{sat}}(t) = A_{\text{sat}} \sin(\omega t + \phi) \quad (3.3)$$

$$= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1) + A_2 \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (3.4)$$

ただし $\omega = 2\pi/(24 \times 60 \times 60)\text{Hz}$ であり、 α_1, α_2 はステーションキーピングの実施方針によって決まる位相である。振幅 A_1, A_2 については制御局、地球局の位置や衛星の軌道などのパラメータによって決まり、次式で表される。

$$A_1 = ae\sqrt{u^2 + 4v^2} \quad (3.5)$$

$$A_2 = ai|w| \quad (3.6)$$

ここで $a = 42164\text{km}$ は衛星の軌道半径、 e は衛星の離心率、 i は軌道傾斜角、 u, v, w は感度係数と呼ばれ、次式で表される。

$$u \equiv \cos \phi \cos \theta \quad (3.7)$$

$$v \equiv -\cos \phi \sin \theta \quad (3.8)$$

$$w \equiv -\sin \phi \quad (3.9)$$

$$(3.10)$$

但し、 θ 及び ϕ を次式で定義する。

$$\theta = \tan^{-1} \frac{r \cos \psi \sin \lambda}{a - r \cos \psi \cos \lambda} \quad (3.11)$$

$$\phi = \tan^{-1} \frac{r \sin \psi}{\sqrt{a^2 - 2ar \cos \psi \cos \lambda + r^2 \cos^2 \psi}} \quad (3.12)$$

ここで $\lambda = \lambda_F - \lambda_S$ であり、地球局の位置を北緯 ψ 度、東経 λ_F 度、衛星の位置を東経 λ_S 度、地球の半径を $r = 6378\text{km}$ とする。式 (3.6)、(3.10)、(3.12) の導出は付録 1 に詳しく述べる。定性的には振幅 A_1, A_2 は地球局の位置が制御局から遠いほど、より大きくなることが分かる。なぜなら、 $s_{\text{sat}}(t)$ は制御局から衛星までの遅延時間 $s_{\text{p,sat}}(t)$ と地球局から衛星までの遅延時間 $s_{\text{f,sat}}(t)$ の差であるから、両者の間に高い相関があれば振幅は小さくなり、逆に相関が低ければ振幅は大きくなるためである。そのため、サービスエリア内における衛星の運動による影響の最大値を小さくするためにはサービスエリアの中心に制御局を設置する必要があるといえる。衛星の運動が最大の場合、即ち同期維持が最も難しい場合においても同期精度を高く保つ必要があるため、最悪時の A_{sat} を求める事を考える。そのため、位相が一致する場合、即ち $\alpha_1 = \alpha_2$ を仮定すればよい。また、第 2 章に示した諸元に従い、衛星の位置を N-STAR-a と同じ東経 132 度とし、離心率を 0.0005、軌道傾斜角を 0.05° とし、制御局を東経 139.7 度、北緯 35.7 度の東京都都庁と仮定する。以上の条件の元で衛星の視線方向の移動距離が最大となる場所を人の住む場所の中から探す。 $\alpha_1 = \alpha_2$ の条件の元では $|A_{\text{sat}}| = |A_1| + |A_2|$ となる。 $|A_{\text{sat}}|$ を緯度経度に対して図 3.1 に示す。図より、東京より南側に於て $|A_{\text{sat}}|$ が大きくなることが分かる。このことは東京が北半球にあるため、制御局と衛星を結ぶ直線と地球局と衛星を結ぶ直線の為す角が大きくなるのは南側であり、東京における衛星の視線方向距離との相関が低くなることが原因であると考えられる。人の住む場所の中で日本の端における $s_{\text{sat}}(t)$ を位相を未知数としたまま次表に示す。また、表内では経緯を (東経, 北緯) の形で示している。 $|A_{\text{sat}}|$ が最大となる場所を以上の 4 箇所から選ぶとすると、日本最南端の沖縄県波照間島高那崎であることが計算結果より分かる。以上の検討より波照間島高那崎における $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ を最悪のケースとして選ぶことができる。

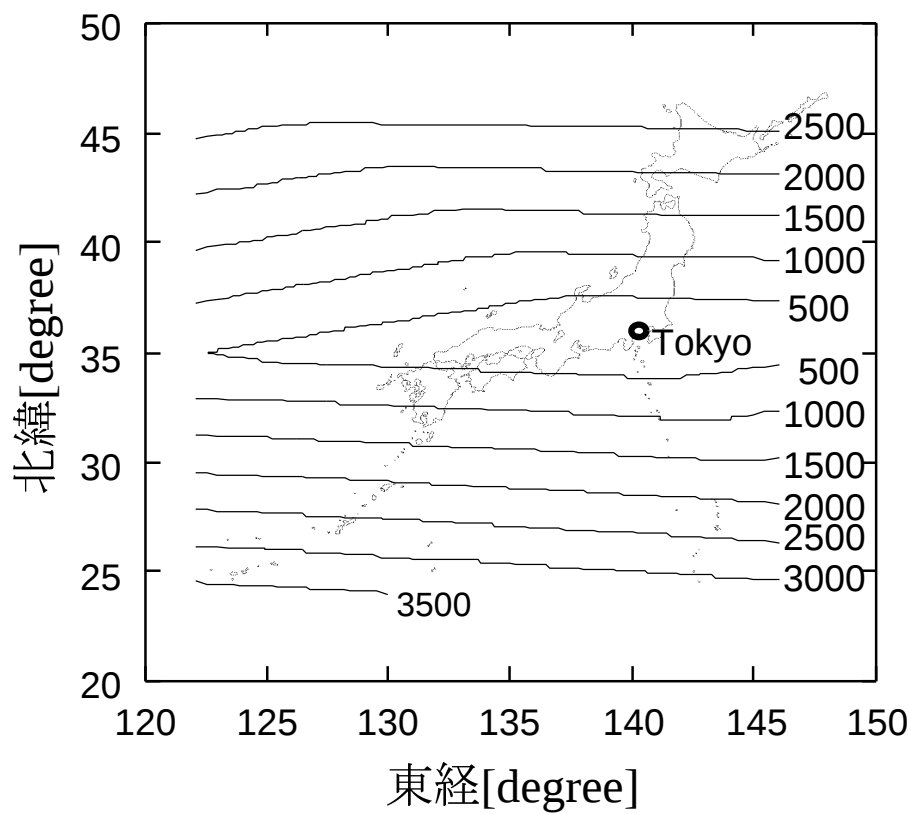


図 3.1: 東京に制御局を設置した場合の各地における衛星の運動の影響 [nsec]

表 3.1: 日本の東西南北端における経緯及び衛星運動効果 $s_{\text{sat}}(t)$

納沙布岬 (最東端)	(146,43)	$305 \cos(\omega t + \alpha_1) - 1748 \cos(\omega t + \alpha_2)$
与那国島西崎 (最西端)	(123,24)	$-748 \cos(\omega t + \alpha_1) + 2737 \cos(\omega t + \alpha_2)$
波照間島高那崎 (最南端)	(124,24)	$-731 \cos(\omega t + \alpha_1) + 2887 \cos(\omega t + \alpha_2)$
宗谷岬 (最北端)	(142,46)	$289 \cos(\omega t + \alpha_1) - 2290 \cos(\omega t + \alpha_2)$

3.4 発振器の位相揺らぎ

文献 [40] において、E.Vilar らは Italsat の発振器の位相スペクトルを測定している。本論文ではこの結果を用いて次のようにモデル信号を生成する。発振器の周波数の揺らぎに起因する Italsat の 40GHz ビーコン信号の遅延時間変化のパワースペクトルは次式で表される。

$$S_o(f) = \frac{A_o}{f^3} \quad (3.13)$$

ここで A_o は次式で定義される定数である。

$$A_o = \frac{1.0}{40.0 \times 10^9 \pi} \text{sec} \quad (3.14)$$

発振器揺らぎ $O(t)$ は $O(t) = \tilde{T}(t) + \tilde{T}_{\text{baseF}}(t) - \tilde{T}_{\text{baseP}}(t)$ で表されるが、各々の項 $\tilde{T}(t), \tilde{T}_{\text{baseF}}(t), \tilde{T}_{\text{baseP}}(t)$ が独立な過程と考えられるため、パワーを 3 倍する必要がある。故にモデル信号としては次式で表されるパワースペクトルに従うランダム信号で近似する。

$$S_o(f) = 3 \frac{A_o}{f^3} \quad (3.15)$$

3.5 対流圏位相シンチレーション

また、40GHz の搬送波に関する対流圏の位相シンチレーションによる位相変化のパワースペクトル $S_\Phi(f)$ は次式に従うことが知られている [39][40]。

$$S_{t,\Phi}(f) = \frac{A_t}{f^{\frac{8}{3}}} \quad (3.16)$$

A_t は次式で与えられる定数である。

$$A_t = 1.941 \left(\frac{2\pi}{f_0} \right)^2 \nu^{\frac{5}{3}} C_n^2 L \quad (3.17)$$

ただしここで f_0 は搬送波周波数であり、 ν は乱気流の風速である。 C_n^2 は乱気流の実効誘電率であり、 L は乱気流の実効厚みである。 $C_n^2 L$ は伝搬路乱気流定数と呼ばれ、電波到来方向角のシンチレーションからその値は $3 \times 10^{-11} \sim 6 \times 10^{-8} \text{m}^{1/3}$ であることが知られている [41][42]。搬送波を 30GHz、乱気流の風速を 8m/s とすると最大 $A_t \simeq 1.5$ となる。本シミュレーションでは往復のパイロット信号及び自局信号の遅延時間揺らぎとしてこの値を用いるものとする。また、対流圏

位相シンチレーションの影響は制御局と地球局では無相関と考えられるため、パワーを2倍にする必要がある。以上により遅延時間変化のパワースペクトルは次式で表される。

$$S_t(f) = 2 \frac{A_t}{40 \times 10^9 \pi f^{\frac{8}{3}}} \quad (3.18)$$

3.6 モデル信号の生成

ランダム信号のモデルを次のようにして生成する。例えば対流圏位相シンチレーションに起因する位相シンチレーションについては、計算機上で正規乱数列を生成し、式(3.16)の平方根に比例したフィルタを周波数領域で乗じることによりモデル信号を生成する。生成された対流圏位相シンチレーションに起因する遅延時間揺らぎのモデルを図3.2に示す。発振器の位相揺らぎに関する遅延時間揺らぎも同様にしてモデル信号を生成する。このようにして作られたモデル信号は次の特徴を有する。

- 任意のスペクトル形状を持つ。
- ガウス分布に従う。
- エルゴード性を持つ。

以上の特徴は実際の時系列の特徴を良く表していると考えられる。

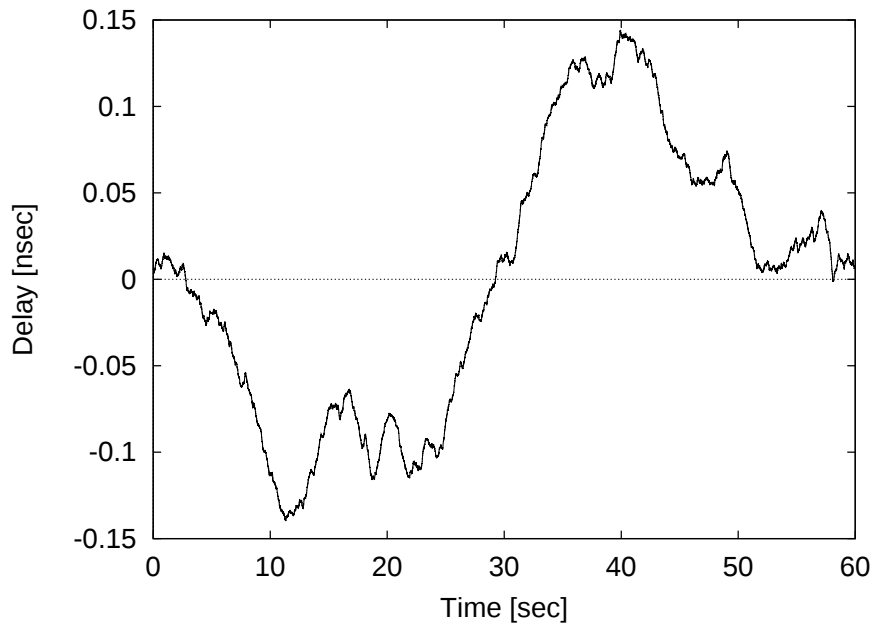


図 3.2: 対流圏位相シンチレーションの効果による遅延時間モデル

第4章 衛星遅延の測定

4.1 測定の目的及び測定装置の構成

本章では Ka 帯の静止衛星通信回線に ATM セルを送信、折り返し、受信する際の遅延時間の測定を行う。その結果得られたデータを用いて前章で提案したモデル信号の内、衛星運動効果を正弦波で近似することの妥当性を確認することを目的とする。測定装置の構成を図 4.1 に示す。ATM TESTER は ATM セル

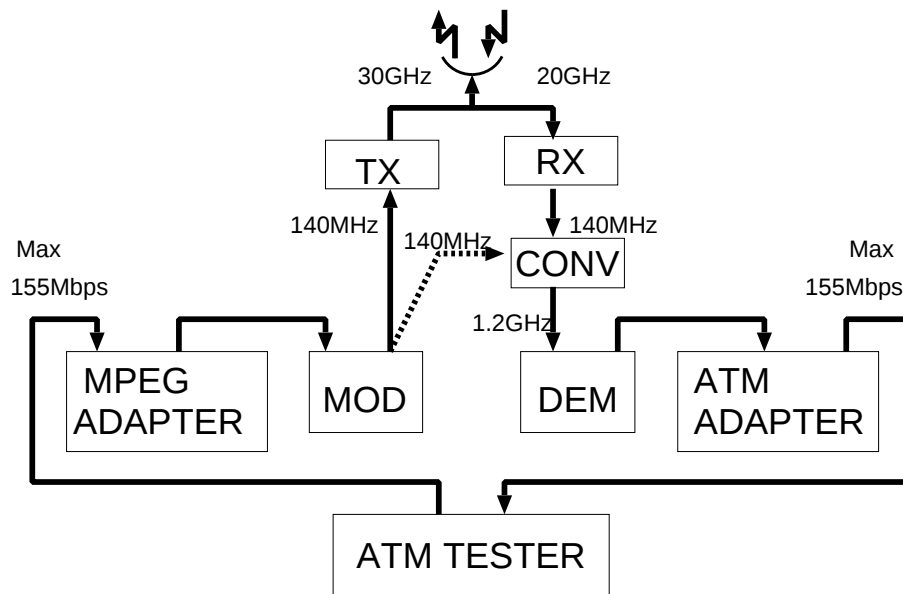


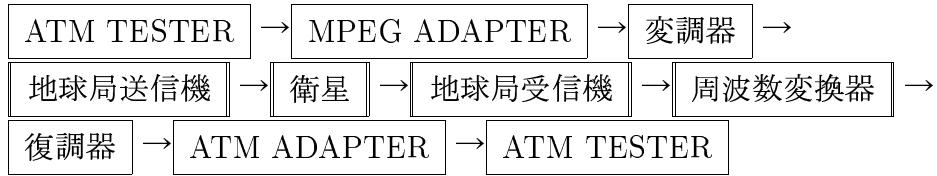
図 4.1: 測定装置の構成

の送信、受信及びセル遅延時間の記録のための装置である。MPEG ADAPTER では ATM TESTER から送信されたデータが変調器 (MOD) に入力できる形式に変換される。MOD は入力されるデータで 140MHz の搬送波を 4 相位相変調する。地球局送信機 (TX) は MOD から出力される信号を 30GHz に周波数変換し、衛星に信号を送信する。衛星はその信号を 20GHz に周波数変換して地球局に送信する。地球局受信機 (RX) は送り返された信号を受信し、信号を 140MHz に周波数変換する。周波数変換器 (CONV) は、140MHz の信号を 1.2GHz に周波数変換し、復調器 (DEM) へ入力する。復調器は 1.2GHz の周波数で入力された信号をデータに戻す。ATM ADAPTER はデータを ATM セルの形式に変換して ATM TESTER にデータを入力する。

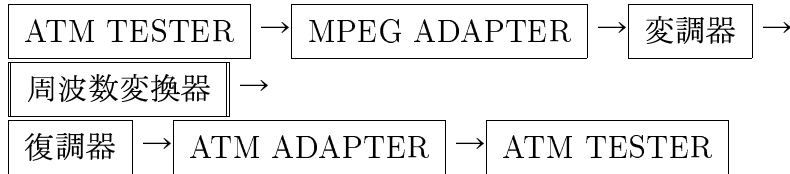
本章では、衛星を経由する場合としない場合との 2 通りの経路に対してその

遅延時間を ATM TESTER で測定する。2通りのデータ経路は次の通りである。

- 衛星を経由する場合 (経路 1)



- 衛星を経由しない場合 (経路 2)



4.2 遅延分布に関する検討

ATM TESTER の伝送速度を 1Mbps、モデムの伝送速度を 32Mbps とする。また、遅延時間分解能を $1\mu\text{sec}$ とする。前節の 2通りの経路を通った場合の遅延時間をそれぞれ 1 分間測定し、その遅延時間の分布を取得する。取得した分布はエルゴード性を仮定した場合には確率密度関数と一致する。経路 1、2 それぞれの分布を図 4.2 に示す。ただしそれぞれ 1 次モーメントが 0 になるよう

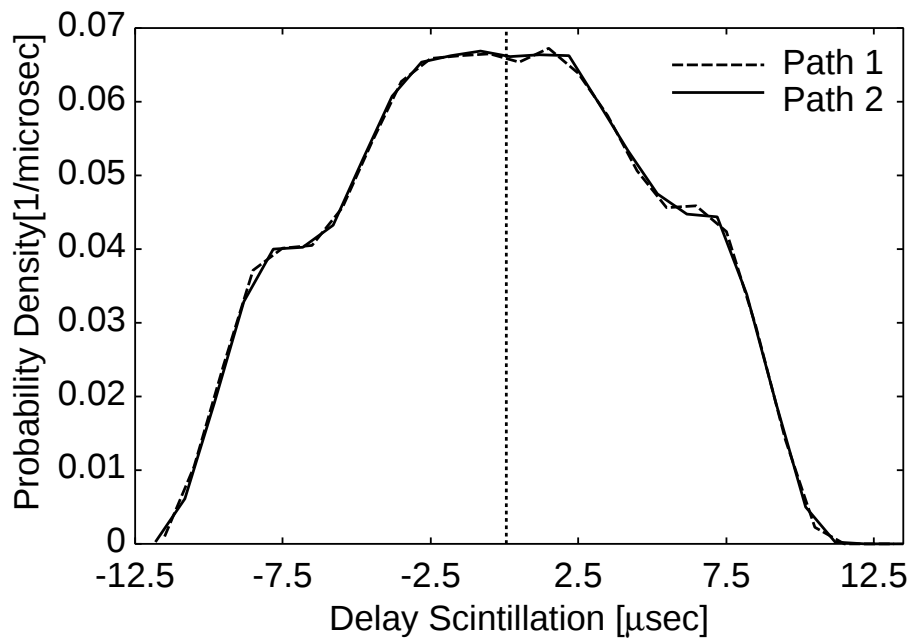


図 4.2: 経路 1 及び 2 の遅延時間分布

に移動させ、遅延時間の変動分のみ分布としている。経路1の遅延時間は地上系の遅延時間と衛星回線の遅延時間の和と考えられる。一方経路2の遅延時間は地上系のみ遅延時間である。地上系の遅延時間はATMセルの処理などによる遅延時間と考えられるため、本論文の検討対象外である。独立な確率変数の和の確率密度関数は各々の確率密度関数の畳み込み演算によって得られるため、経路1の確率密度関数を経路2の確率密度関数でデコンボリューションすることで衛星経路のみの遅延時間分布を得ることが可能と考えられる。経路1及び経路2の遅延時間変動の確率密度関数をそれぞれ $P_1(x)$, $P_2(x)$ と置く。ここで x は遅延時間から1分間の遅延時間の平均を減じた遅延時間変動値であり、確率変数と見なす。このとき、各々の確率密度関数の特性関数を $\Phi_1(\lambda)$, $\Phi_2(\lambda)$ とする。 $\Phi_1(\lambda)$ は次式で与えられる [43]。

$$\Phi_1(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\lambda x} P_1(x) dx \quad (4.1)$$

但し i は虚数単位を表す。式 (4.1) は即ち確率密度関数のフーリエ変換であり、 $\Phi_2(\lambda)$ も同様に求められる。ここで衛星部分のみの遅延時間変動の確率密度関数を $P_0(x)$ 、その特性関数を $\Phi_0(\lambda)$ と定める。

$$\Phi_0(\lambda) = \Phi_1(\lambda) / \Phi_2(\lambda) \quad (4.2)$$

$\Phi_0(\lambda)$ と $P_0(x)$ はフーリエ変換の関係にあるため、衛星の遅延時間変動の確率密度関数が理論上求まる。このように求めた $P_0(x)$ を図 4.3 に示す。同図の $P_0(x)$ は $x = 0$ 付近に大きなピークを有するものの非常に振動的であり、正確な分布が求まっていないと思われる。これは、実際に得られる確率密度関数は揺らぎが含まれることや、小さな数同士の除算は不安定なため、上記の方法によるデコンボリューションは実際上用いることが難しいためと考えられる。そこで最適フィルタとして知られるウィナーフィルタを逆フィルタリングに用いることが有効と考えられる。ウィナーフィルタを用いて $\Phi_0(\lambda)$ の予測値 $\hat{\Phi}_0(\lambda)$ は次式のように与えられる [44]。

$$\hat{\Phi}_0(\lambda) = \Phi_1(\lambda) \frac{\Phi_2^*(\lambda)}{1 - \eta + \eta |\Phi_2(\lambda)|^2} \quad (4.3)$$

ここで $\eta = S/(S + N)$ であり、 S は $P_1(\lambda)$ の2乗平均値であり、 N は $P_1(\lambda)$ に含まれる雑音の2乗平均値である。上記のウィナーフィルタが2乗誤差の意味

で最適フィルタとなるのはこの雑音が白色ガウス性雑音であり、 $P_2(\lambda)$ に雑音が含まれないことが条件となるが、現在の問題はこの条件に適合しない。しかしながら、近似的に条件を満たすと仮定し、ウィナーフィルタを適用することは単純なデコンボリューションの持つ問題点のある程度解決することが可能と考えられる。 $\eta = 0.99$ としてウィナーフィルタを用いて求めた $\hat{P}_0(x)$ を図4.4に示す。同図より、求まる $P_0(x)$ は明らかに幅が広がっており、予想されるような

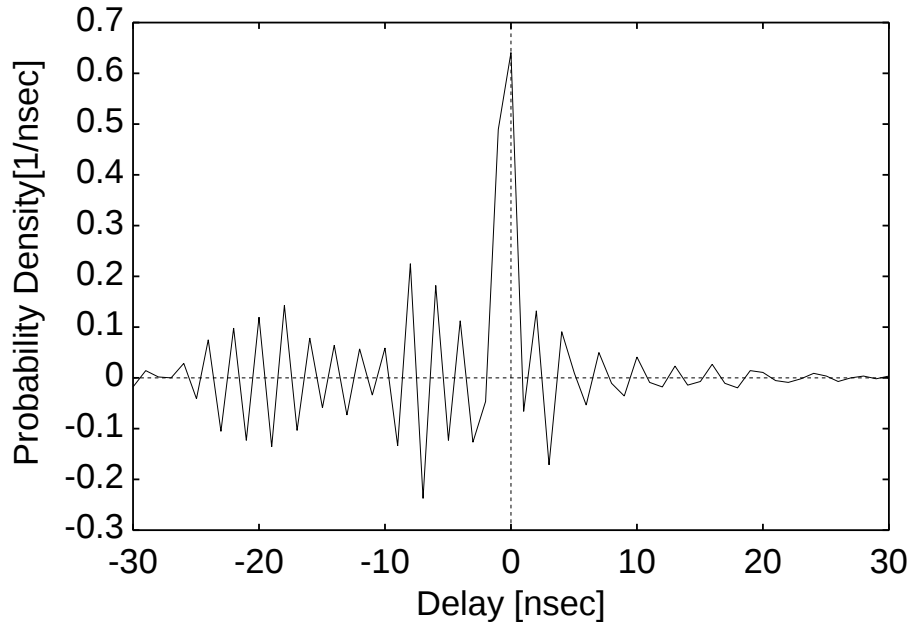


図 4.3: 単純なデコンボリューションにより得られる $P_0(x)$

インパルス的な形状は得られない。この理由として、図 4.2 から分かるように $P_1(x)$, $P_2(x)$ 両分布の違いは小さく、衛星部分の遅延時間変化が地上系の遅延時間変化よりも著しく小さいために安定したデコンボリューションを行うことができないことが考えられる。以上より取得したデータから衛星部分の遅延時間変動を正確に求めることはできないことが分かる。ここでいう衛星部分の遅延時間変化とは 1 分よりも短い周期の成分を指しており、1 分を越える緩やかな変化を代表する衛星運動効果等に関しては次節で調べる。

4.3 遅延時間変化の測定及び考察

本節でも前節と同じく ATM TESTER の伝送速度を 1Mbps、モデムの伝送速度を 32Mbps とする。遅延時間の分解能は $1\mu\text{sec}$ である。遅延時間データ D_i ($i =$

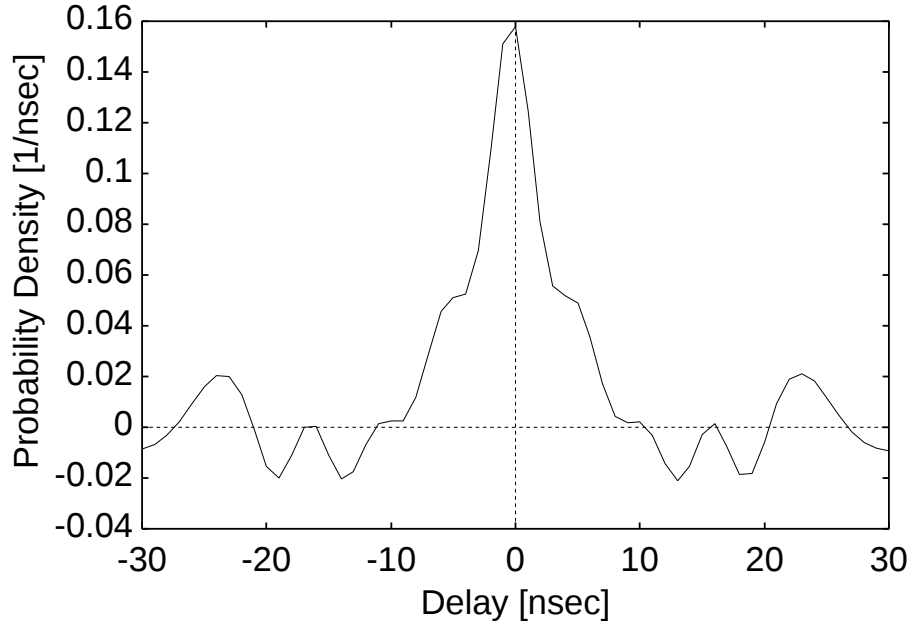


図 4.4: ウィナーフィルタを用いて得られる $P_0(x)$ の推定値 ($\eta = 0.99$)

$0, \dots, 288$) は次式で与えられる。

$$D_i = \frac{1}{T} \int_{T_i}^{T(i+1)} d(t) dt \quad (i = 0, \dots, 288) \quad (4.4)$$

但しここで $T = 5\text{min}$ 、 $d(t)$ は時刻 t における遅延時間とする。すなわち 5 分間の平均遅延時間を 288 データ、合計 24 時間測定する。 D_i ($i = 0, \dots, 288$) を図 4.5 に実線で示す。破線は平均値 248.8msec を表している。また、 D_i は第 2 章の $D_f(t)$ 、 $N_f(t)$ を用いて次式で表される。

$$D_i = \sum_{t=300i}^{300(i+1)} D_f(t) + N_f(t) \quad (4.5)$$

本測定は 2001 年 12 月 17 日に行ったが、その日の軌道要素が手に入らなかった。2001 年 12 月 20 日の N-STAR-A 衛星の軌道傾斜角が <http://celestrak.com> で次のように Two-line format で公開されている。

N-STAR-A

```
23651U 95044A 01352.42918663 -.00000324 00000-0 10000-3 0 6653
23651 0.0115 120.9787 0004747 123.9852 128.6378 1.00267417 23088
```

以上の Two-line format から次のように軌道パラメータが分かる。

- 軌道傾斜角 (Orbital Inclination Angle) 0.0115 Degrees

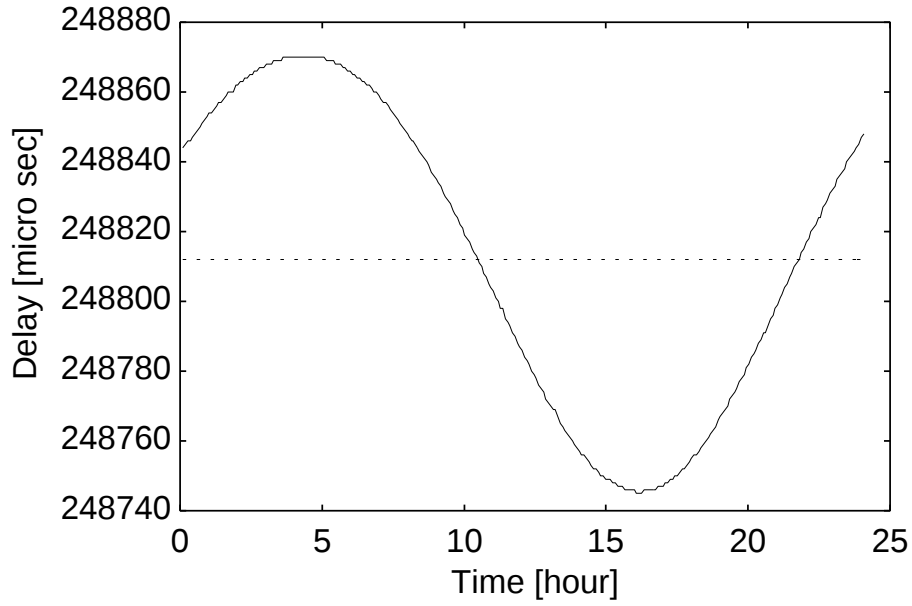


図 4.5: 5 分毎の平均遅延時間 D_i

- 昇交点経度 (Right Ascension of the Ascending Node) 120.9787 Degrees
- 離心率 (Eccentricity) 0.0004747
- 近地点角 (Argument of Perigee) 123.9852 Degrees
- 平均離角 (Mean Anomaly) 128.6378 Degrees
- 平均運動 (Mean Motion) 1.00267417 Revs per day
- 元期回転数 (Revolution number at epoch) 23088 Revs

京都 (東経 135.8, 北緯 34.9) 及び上記のパラメータを代入した結果得られる遅延時間変化 $D(t, \alpha_1, \alpha_2)$ は次式の通りである。

$$D(t, \alpha_1, \alpha_2) = 70.7 \cos(\omega t + \alpha_1) + 9.7 \cos(\omega t + \alpha_2) [\mu\text{sec}] \quad (4.6)$$

但し $\omega = 2\pi/24\text{hour}^{-1}$ である。最小 2 乗フィッティングにより位相 α_1, α_2 は次式の通り定まる。

$$\alpha_1 = -0.50\text{rad} \quad (4.7)$$

$$\alpha_2 = 9.39\text{rad} \quad (4.8)$$

図 4.5 に示した測定遅延時間変化 D_i 及び $D(t, -0.50, 9.39)$ を図 4.6 に示す。同図より D_i が正弦波からずれていることが確認できる。即ち、周波数変調を受けており、前半よりも後半の周期が短くなっている。図 4.5 の波形のパワースペクト

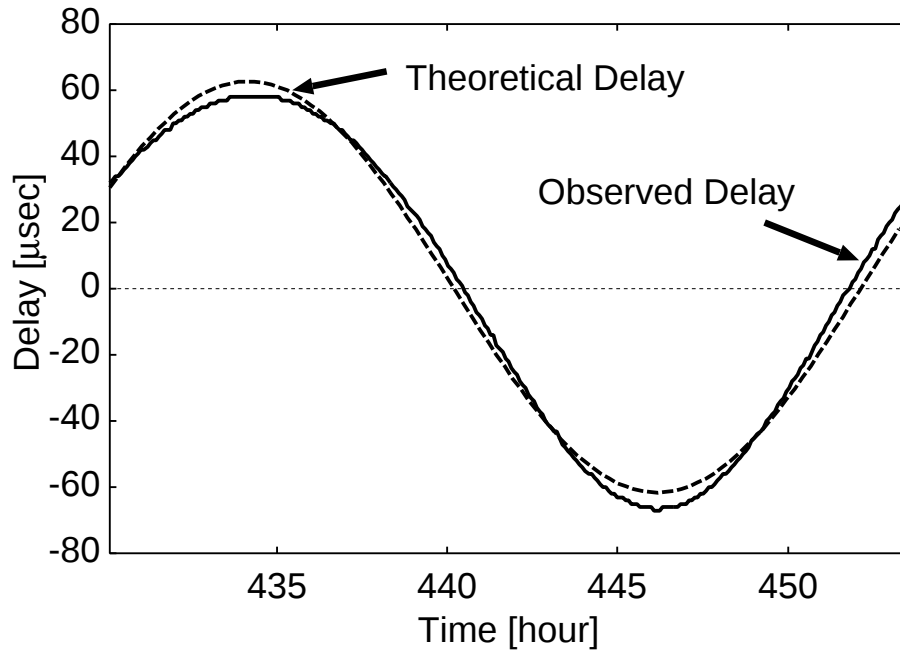


図 4.6: $D(t, -0.50, 9.39)$ と測定した遅延時間変化の比較

ルを図 4.7 に示す。ただし直流成分が 0 となるようにオフセットをかけている。同図より 24 時間周期の正弦波の周波数のピークから高周波側にもパワーが漏れ込んでいることが分かる。即ち D_i は 24 時間周期の正弦波が変調されたものであるといえる。これは地球の重力ポテンシャルの歪み、太陽、月の引力、太陽光輻射圧などの影響により生じた摂動の影響であると考えられる。しかしながら、短い区間においては変調の効果は無視しうるほど小さい。そのため、本研究で検討するアルゴリズムの特性への寄与は無視しうると考えられる。本論文において衛星運動効果は正弦波で近似するが、その妥当性が確認されたといえる。更に、本論文では離心率を 0.0005、軌道傾斜角を 0.05° と仮定しているが、離心率に関しては実際の値である 0.00048 に近く、軌道傾斜角は実際の値である 0.0115° よりも数倍大きい。最悪状況下での同期精度評価を目的とする上で上記の仮定は妥当であると言える。

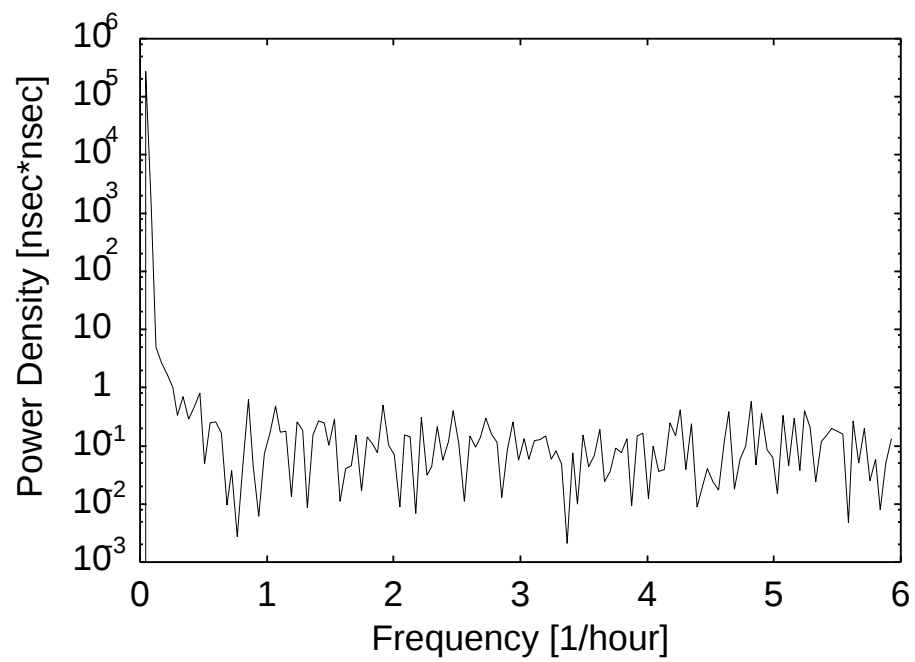


図 4.7: 平均遅延時間変化 D_i のパワースペクトル

第5章 予測フィルタとデジタル信号処理

5.1 予測フィルタ

本論文では不規則信号を離散時間確率過程の見本関数と考え、以下単に不規則信号と言うときは離散時間確率過程の見本関数のことを指すものとする。本論文では $V(t)$ や $N(t)$ は不規則信号で表現できると仮定する。予測フィルタとは、有限の時間に対して与えられた不規則信号 $V_0(i) = V(i) + N(i)$ ($i = 0, 1, \dots, t$) を用いて $V(t+1)$ を推定する信号処理法のことであると定義する。また、同期誤差の標準偏差を推定の評価関数として用いる。本章では非適応アルゴリズムである固定フィルタ法と、適応アルゴリズムであるカルマンフィルタ法及び LMS フィルタ法についてその概要を説明する。

5.2 固定フィルタ法

固定フィルタ法は係数の決定した無限長インパルス応答 (Infinite Impulse Response; IIR) フィルタを用いて $\hat{\zeta}_t = \hat{V}(t)$ ($t = 0, \dots$) を計算する手法である。本節では扱う時系列に対し z 変換が存在すると仮定する。 $V(t), \hat{V}(t), e(t), n(t)$ の z 変換をそれぞれ $V(z), \hat{V}(z), E(z), N(z)$ と置く。この時固定フィルタ法は次式のアロリズムで与えられる。

$$z\hat{V}(z) - \hat{V}(z) = F(z)(E(z) + N(z)) \quad (5.1)$$

ここで $F(z)$ は固定フィルタを決定する関数であり、簡単のため次数の低い有理関数であることが望ましい。式 (5.1) に $E(z) = V(z) - \hat{V}(z)$ を代入し、 $\hat{V}(z)$ について解くと次式を得る。

$$\hat{V}(z) = \frac{F(z)}{F(z) + z - 1} V_0(z) \quad (5.2)$$

式 (5.2) の右辺は遅延時間差 $V(t)$ ($t = 0, 1, \dots$) から予測値 $\hat{V}(t)$ を推定する地球局の信号処理部の処理を表す。 $F(z)$ については次式に示す $F_1(z), F_2(z)$ について検討を行う。

$$F_1(z) = \frac{2z^{-1} - z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} \quad (5.3)$$

$$F_2(z) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2z^{-1} - z^{-2}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}} \quad (5.4)$$

これらのフィルタのうち $F_1(z)$ は位相が一定の加速度で変化する場合に誤差の 2 乗平均を最小にするフィルタであることが知られている。また、 $F_2(z)$ は $F_1(z)$ のゲインを下げたものであり、観測誤差がある場合に良い特性を示すと考えられる [7]。

5.3 カルマンフィルタ法

5.3.1 カルマンフィルタの原理

カルマンフィルタとは信号を生成するシステムの動特性、雑音の統計的性質、初期値に関する先見情報、及び時々刻々与えられる観測データを用いてシステムの状態を逐次的に推定するオンラインアルゴリズムである。カルマンフィルタは次の 4 つの仮定の元で最適線形フィルタとなることが知られている [29][30]。

システム方程式の線形性 システムを生成するシステムが線形である。

雑音の白色性 システム駆動雑音及び観測雑音が平坦なスペクトルを持つ。

雑音のガウス性 システム駆動雑音及び観測雑音がガウス分布に従う。

最小 2 乗規範 最小化する評価関数を誤差の 2 乗とする。

カルマンフィルタには連続時間カルマンフィルタと離散時間カルマンフィルタがあるが、本論文では離散時間カルマンフィルタを単にカルマンフィルタと呼ぶことにする。カルマンフィルタの概念図を図 5.1 に示す。同図から分かるよう

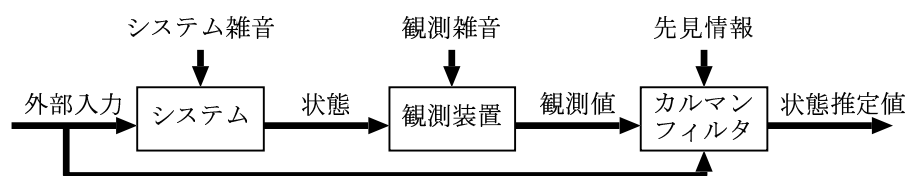


図 5.1: カルマンフィルタの概念図

にカルマンフィルタを適用するには信号に関する先見情報を必要とする。信号を生成するシステムの同定は先見情報を得るために必要な処理であり、同期手法においても非常に重要である。カルマンフィルタ法の処理手順を図 5.2 に示す。同図に示すように一定時間毎に線形確率システムの同定を行う。

本節では信号を生成するシステムが既知であるという条件下でカルマンフィルタアルゴリズムを説明する。次節ではシステムの同定処理に関して詳述する。

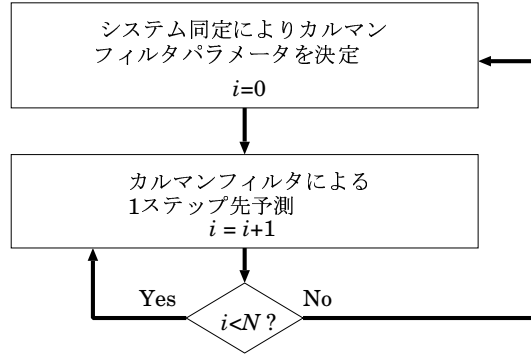


図 5.2: カルマンフィルタ法の処理手順

信号 $\mathbf{y}_t$ を生成するシステムが次式で与えられると仮定する。

$$\mathbf{x}_{t+1} = F\mathbf{x}_t + G\mathbf{w}_t \quad (5.5)$$

$$\mathbf{y}_t = H\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \quad (5.6)$$

ここで、 $\mathbf{x}_t$ は n 次元状態ベクトル、 $\mathbf{y}_t$ は p 次元観測ベクトル、 $\mathbf{w}_t$ は r 次元プラント雑音、 $\mathbf{v}_t$ は p 次元観測雑音、 F は $n \times n$ 状態遷移行列、 G は $n \times r$ 駆動行列、 H は $p \times n$ 観測行列とする。また、 $\mathbf{w}_t, \mathbf{v}_t$ は平均値 0 の白色ガウス雑音ベクトルであり、その共分散行列を

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{w}_t \\ \mathbf{v}_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}_s^T & \mathbf{v}_s^T \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \delta_{ts} \quad (5.7)$$

ここで Q は $r \times r$ 非負定値対称行列、 R は $p \times p$ 正定値対称行列である。また、初期状態 $\mathbf{x}_0$ はガウス分布に従い、その平均値及び共分散行列は次式で与えられるとする。

$$E\{\mathbf{x}_0\} = \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (5.8)$$

$$E\{[\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0][\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0]^T\} = \Sigma_0 \quad (5.9)$$

カルマンフィルタ法では特に $n = 3$ 、 $p = 1$ 、 $r = 1$ 、 $Q = [\sigma_w^2]$ 、 $R = [\sigma_v^2]$ 、 $S = [0]$ とする。以上に述べた線形確率システムモデルのブロック図を図 5.3 に示す。以上に述べた線形確率システムの生成する信号に対するカルマンフィル

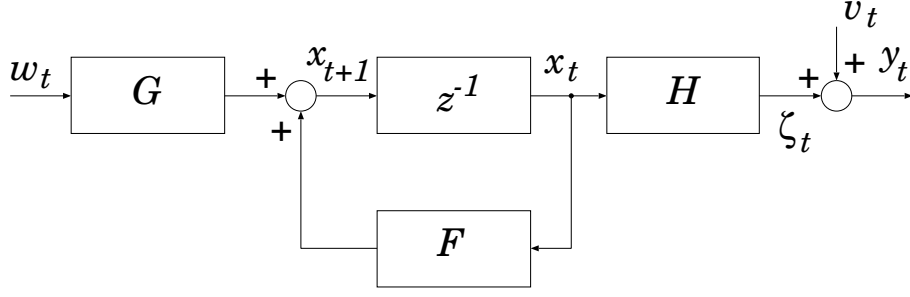


図 5.3: 線形確率システムの状態空間モデル

タは次のように表される。

$$\hat{\mathbf{x}}_{t/t} = \hat{\mathbf{x}}_{t/t-1} + K_t[\mathbf{y}_t - H\hat{\mathbf{x}}_{t/t-1}] \quad (5.10)$$

$$K_t = P_{t/t-1}H^T[HP_{t/t-1}H^T + R]^{-1} \quad (5.11)$$

$$P_{t+1/t} = FP_{t/t}F^T + GQG^T \quad (5.12)$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_tHP_{t/t-1} \quad (5.13)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1/t} = F\hat{\mathbf{x}}_{t/t} \quad (5.14)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{0/-1} = \bar{\mathbf{x}}_0 \quad (5.15)$$

$$P_{0/-1} = \Sigma_0 \quad (5.16)$$

但し $\hat{\mathbf{x}}_{t_1/t_2}$ は $\mathbf{y}_t$ ($t < t_2$) を用いて推定された状態ベクトルの $t = t_1$ における値 $\mathbf{x}_{t_1}$ の推定値である。以上の処理を逐次的に行い、 $\zeta_t = \mathbf{y}_t - \mathbf{v}_t$ の推定値 $\hat{\zeta}_{t+1}$ を次式で求める。

$$\hat{\zeta}_{t+1} = HF\hat{\mathbf{x}}_{t/t} \quad (5.17)$$

カルマンフィルタ法による ζ_{t+1} の予測手法のブロック図を図 5.4 に示す。

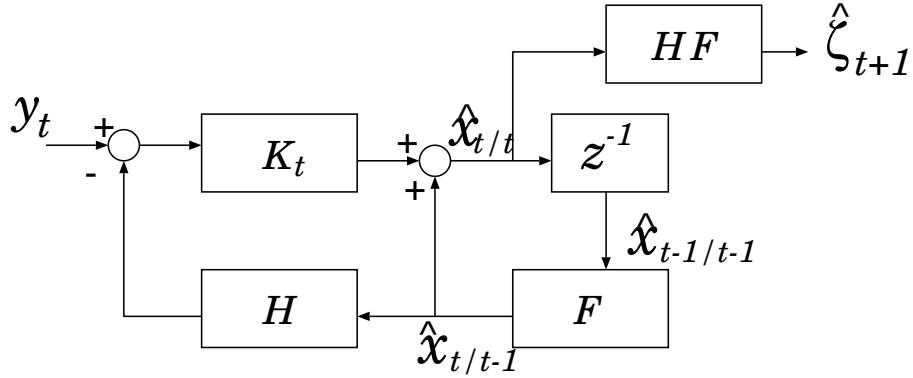


図 5.4: カルマンフィルタを用いた 1 ステップ予測のブロック図

5.3.2 線形確率システムのパラメータ同定と AIC

前節で示したようにカルマンフィルタは信号を線形確率システムの出力と仮定する。遅延時間変化の時系列に対してカルマンフィルタを適用するに当たり、一定時間毎に信号を生成する線形確率システムのパラメータ同定を行う必要がある。なぜなら線形確率システムのパラメータは時間の経過に伴い変化すると考えられるためである。ここでは線形確率システムと対応する自己回帰 (Auto Regressive; AR) 方程式のパラメータを信号時系列を用いて同定し、信号生成線形システムを求めるものとする。

AR 方程式は次式で表される。

$$x_s + \sum_{m=1}^L a_m x_{s-m} = W_s \quad (5.18)$$

ここで W_s は標準偏差 σ_w の白色ガウス雑音である。両辺をフーリエ変換すれば明らかのように AR 方程式の係数 a_i の意味は信号 x_i に対する逆フィルタのインパルス応答である。信号のガウス性を仮定することで、 F に対する対象とする信号の尤度を求めることができる。このようにして AR 方程式のパラメータ同定は信号の尤度を最大にする F を決定する問題へと帰着することがわかる。一方、システムの位相空間の次元に比べて時系列長が十分長い場合、初期状態に依存する尤度が全尤度に比べて無視し得るため、次式のような最小 2 乗問題へと近似的に帰着できる。

$$\sum_{s=L+1}^N \left\{ x_s - \sum_{m=1}^L a_m x_{s-m} \right\}^2 \rightarrow \min \quad (5.19)$$

式 (5.19) で表される最小 2 乗問題はマルカート法などの数値計算アルゴリズム

で容易に解くことができる。

式 (5.19) に含まれる線形確率システムの次数 L を決定する必要がある。次数 L はカルマンフィルタの次数と同一である。システムの次数は直感的にはスペクトルの山の数であるから、スペクトルの形が複雑でない場合には次数が大きくなるにつれてカルマンフィルタの計算量が多くなることを考え、可能な限り低い次数にすべきである。線形システムの妥当性は AIC(Akaike Information Criterion) によって評価することができる [31][32][33]。AIC は次式で定義される。

$$\text{AIC} = N \log \left\{ 2\pi\sigma_L^2 \left(1 - \frac{L}{N} \right) \right\} + N + 2(L + 1) \quad (5.20)$$

ここで N はデータ数、 σ_L^2 は L 次の AR 方程式を用いた場合の駆動雑音の推定分散である。 $\sigma_L^2(a - \frac{L}{N})$ は駆動雑音の不偏推定量である。ある次数 L に対して式 (5.19) の最小 2 乗問題を解き、その結果得られる σ_L^2 を式 (5.20) に代入することで L に対する AIC を得ることができる。こうして AIC を小さくする L を調べることで適切な次数 L を決定することができる。

線形確率システムのパラメータ同定は一定時間 T_e 毎に繰り返すとする。 T_e の決定には実験を含めて様々な検討が必要と思われるが本論文では簡単のため 1 日に比べて充分短く取るという基準の元で $T_e = 10000\text{sec}$ と定める。このように短時間のデータから線形確率システムのパラメータを推定することにより対流圏位相シンチレーションや発振器揺らぎなどの長期記憶信号や衛星運動効果はトレンド成分となり、そのスペクトル構造は線形システムで表現することが難しいという問題を有する。更に、システム同定が必要であることにより同期維持のための装置が複雑になる点もカルマンフィルタ法の問題点の一つとなる。このとき、 L に対する AIC を図 5.5 に示す。図の実線は衛星の運動の影響が無い場合であり、破線は衛星の運動の影響が日本国内で最大となる $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ の場合の AIC である。但し A_{sat} は衛星の運動の影響の振幅を表す。図より大きな L に対して AIC は小さくなっている。しかし、大きな状態空間はカルマンフィルタ計算時間やシステム同定の計算量を大きくするため、できるだけ小さな L で、小さな AIC となるものを選ぶこととする。以上のことを考慮にいれ、以下では 3 次のカルマンフィルタを用いるものとする。また、 $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ の場合には全体的に AIC が大きくなることが分かる。このことは、衛星の運動の影響がある場合には線形システムが実際の信号を充分良く表していないと考えられる。

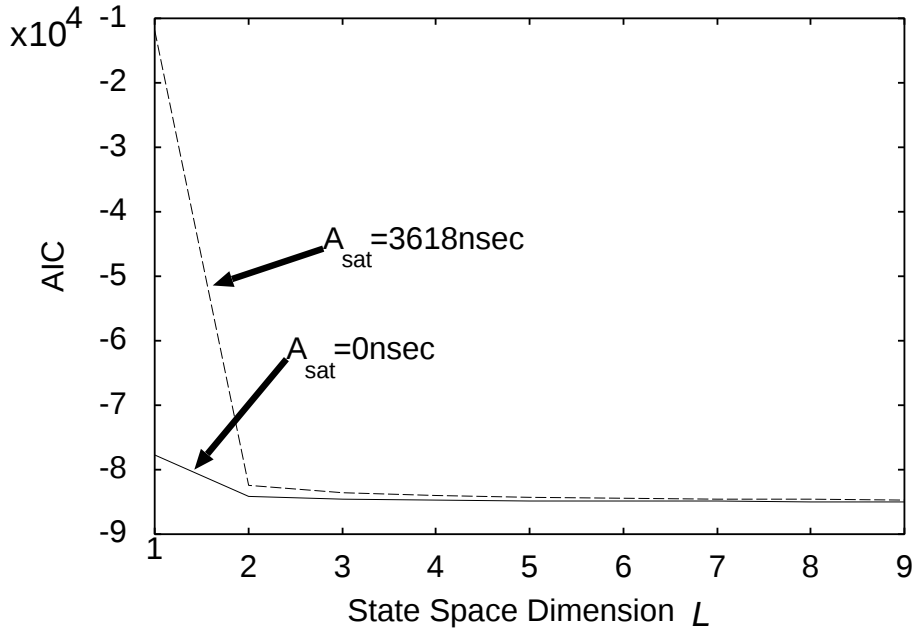


図 5.5: 線形システムの次数と AIC

3 次の AR 方程式で信号を表現するとき、行列 F, G, H は次式のように表される。

$$F = \begin{bmatrix} -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad H = [0 \ 0 \ 1] \quad Q = \sigma_w^2 \quad R = \sigma_v^2 \quad (5.21)$$

但し a_1, a_2, a_3 は式 (5.18) の係数である。即ち上式は一般の線形確率システムと AR 方程式の関係を示す。

例えば大気圏位相シンチレーション及び発振器の位相揺らぎの両方のみ考慮した遅延時間差 $V(t)$ を用いて $L = 3$ として式 (5.19) の最小 2 乗問題を解く。但し更新周波数 $f_u = 1\text{Hz}$ とする。その結果 $a_1 = -1.594366, a_2 = 0.477981, a_3 = 0.116726$ を得る。但しアルゴリズムは改訂マルカート (Levenberg-Marquardt) 法を用いた。AR 方程式により生成される信号のスペクトルは次式で与えられる。

$$S(\omega) = \frac{1}{|1 + \sum_{m=1}^L a_m e^{-mT_0\omega}|^2} \quad (5.22)$$

$V(t)$ の真のパワースペクトルと推定された AR 方程式パラメータを式 (5.22) に代入したスペクトルを図 5.6 に示す。図の実線が真のスペクトルを、破線が 3 次の AR パラメータ同定により推定されたスペクトルを表している。推定され

たスペクトルは真のスペクトルと比べて低い周波数におけるパワーを低く見積もっているものの全体としてほぼよい一致を示しているといえる。低周波数帯の電力は長期記憶信号の非定常性を生じる成分であるため、その非定常成分の推定に誤りが生じたと考えられる。トレンド成分によるエリアジングがカルマンフィルタ法の大きな問題点であることが確認される。

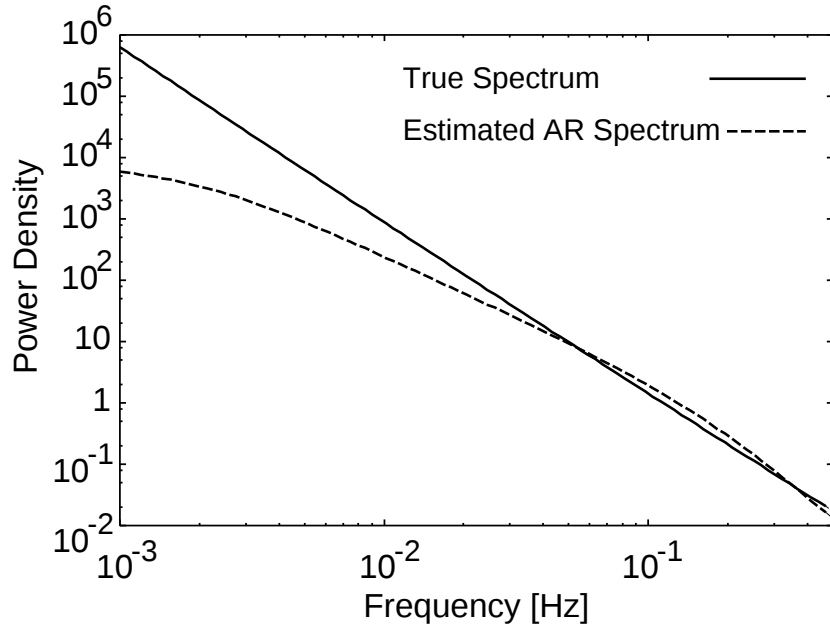


図 5.6: 3 次 AR 方程式のパラメータ同定による推定スペクトルと真のスペクトル

最後に推定誤差共分散行列の初期値 $P_{0/-1}$ の値について述べる。 $P_{0/-1} = \Sigma_0$ の右辺の値が未知であるため、 $P_{0/-1}$ を目標信号の最大振幅に対して充分大きな要素の 2 乗を持つスカラー行列とし、次式の通りに定める。但し右辺は最大の衛星運動効果である 3618nsec より大きな値として 10000nsec を選ぶことを意味する。

$$P_{0/-1} = \begin{bmatrix} 10000^2 & 0 & 0 \\ 0 & 10000^2 & 0 \\ 0 & 0 & 10000^2 \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

5.4 LMS フィルタ法

前節で紹介したカルマンフィルタ法では一定時間毎にシステムパラメータを推定する必要があるため、システムの複雑度や計算時間の点で問題となりうる。

本節で紹介する LMS フィルタ法はシステム推定を必要としない予測手法であるという利点を持つ。また、LMS アルゴリズムは適当な評価関数の元で H_∞ フィルタとなることが知られている。LMS アルゴリズムの概要を図 5.7 に示す [34]。誤差関数 $e(t)$ を次式で定義する。

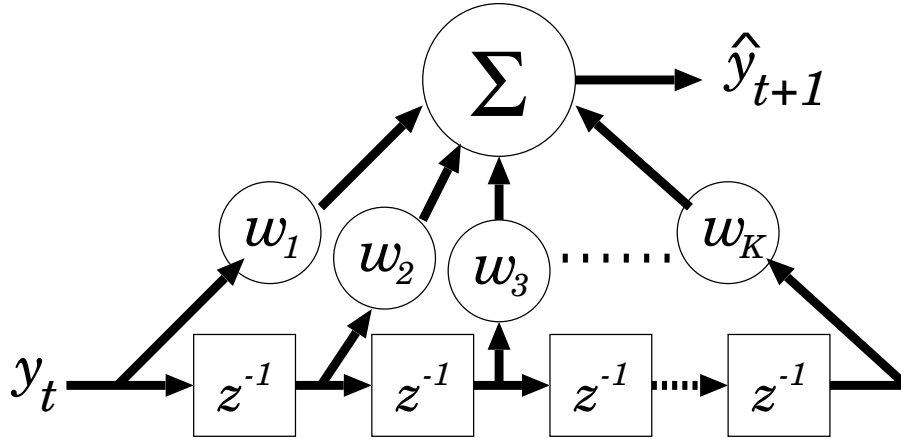


図 5.7: LMS アルゴリズムの概要

$$e(t) = y_t - \hat{y}_t \quad (5.24)$$

$$= y_t - \sum_{k=1}^K w_k y_{t-k} \quad (5.25)$$

評価関数を $e^2(t)$ とし、この値を最小にするように w_k ($k = 1, 2, \dots, K$) を更新する。即ち、 w_k ($k = 1, 2, \dots, K$) の更新アルゴリズムは次のように表される。

$$w_k \leftarrow w_k - \mu \frac{\partial e^2(t)}{\partial w_k} \quad (5.26)$$

この更新アルゴリズムが繰り返されることで適切な重みベクトルで予測することが可能となる。LMS フィルタ法を実際に適用する際には $y_t = V_0(t)$ とするため誤差関数 $e(t)$ にも観測雑音による誤差が生じる。LMS フィルタは対象となる信号が定常性を有し、かつステップ幅 μ を充分小さく取るとウィナー解に収束することが知られている。一方、現在対象とする信号は長期記憶信号や大きな振幅の正弦波が含まれるため、そのまま使うのは難しいと考えられる。この詳細については第 8 章で述べる。

第6章 同期手法と同期誤差

6.1 同期手法の特性シミュレーション

本章では第3章で生成した遅延時間差 $V(t)$ のモデル信号のデータを用いた計算機シミュレーションにより、固定フィルタ法及びカルマンフィルタ法の特性、問題点を明らかにすることを目的とする。更に衛星運動効果や観測雑音を変化させ、同期手法の問題点の原因についても調べる。尚、LMS フィルタ法の特性については第8章で検討するため、本章では扱わない。同期手法の特性評価を目的とするシミュレーション手順の概要を図6.1に示す。最初に観測雑音以外の遅延時間差の変動要因を加え $V(t)$ を作成する。次に、観測雑音 $n(t)$ を加えて予測フィルタ (Estimation Filter) に入力する。予測フィルタの出力 $\hat{y}_t = \hat{V}(t)$ と遅延時間差 $V(t)$ の差 $e(t) = V(t) - \hat{V}(t)$ を計算する。同図の予測フィルタの部分に第5章で述べた同期手法や、後に7章、8章で述べる同期手法を適用することで同期誤差を求めることが可能となる。

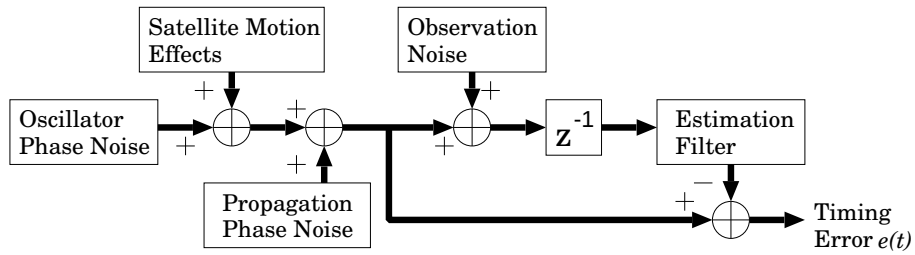


図 6.1: 同期誤差 $e(t)$ を求めるシミュレーション手順

6.2 衛星運動効果及び観測雑音が無視しうる場合の同期誤差

第3章で調べたように、地球局が制御局に充分近い場合は衛星運動効果が無視できる。衛星運動効果及び観測雑音が無視しうる場合 ($A_{\text{sat}} = 0\text{sec}$, $\sigma_v = 0\text{sec}$) について遅延時間差の真値 $V(t)$ 及び F_1 フィルタ及び F_2 フィルタによる推定値 $\hat{V}(t)$ を図6.2に示す。いずれも実線が $V(t)$ であり、破線が $\hat{V}(t)$ である。 F_1 フィルタに比べ、 F_2 フィルタは $V(t)$ に対して $\hat{V}(t)$ の位相が遅れていることが分かる。これは F_1 フィルタよりもゲインを抑えたことで F_2 フィルタの時定数が長くなったためであると考えられる。尚、図には示していないもののカルマンフィルタ法は F_1 フィルタとほぼ同じ特性が確認される。但しカルマンフィル

タ法のパラメータは第5章に示した通りであり、次数は3次である。同期誤差

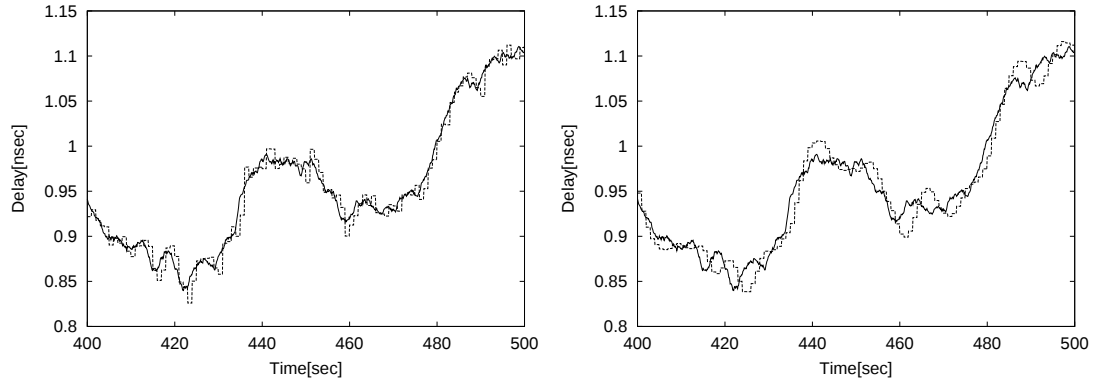


図 6.2: F_1 フィルタ (左), F_2 フィルタ (右) による遅延時間変化の推定

$e(t) = V(t) - \hat{V}(t)$ の分布はエルゴード性を仮定した場合に $e(t)$ の確率密度関数 (PDF) と一致する。各同期手法の推定誤差の PDF を図 6.3 に示す。但し、過渡応答の効果を除くために誤差分布は最初の 3000 秒を除き、そこから 10000 秒までの誤差 $e(t)$ を対象とする。同図からカルマンフィルタ法と F_1 フィルタ法の同期誤差 PDF はほぼ同じであることが確認できる。これはカルマンフィルタ法が衛星運動効果及び観測雑音が無視しうる場合には F_1 フィルタに収束していると考えられる。一方、 F_1 フィルタよりもゲインの低い F_2 フィルタは特性が悪く、分布の裾が広がっている様子が確認される。

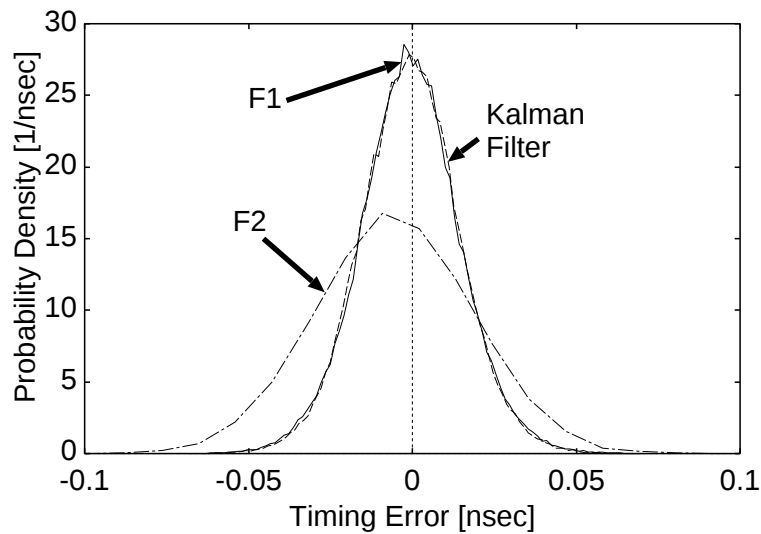


図 6.3: 衛星運動効果及び観測雑音が無い場合の推定誤差 PDF

6.3 観測雑音と同期誤差

前節では観測雑音が無視しうる仮定のもとで同期誤差を検討した。しかしながら、第3章で述べたように実際のシステムにおいては受信される熱雑音やCDMA干渉雑音などによって観測雑音が生じる。そこで本節では衛星運動効果が無視でき、観測雑音が無視し得ない場合 ($A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$, $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$) について固定フィルタ法及びカルマンフィルタ法を適用した場合の同期誤差PDFを図6.4に示す。同図より、 F_1 フィルタは観測雑音の無い場合にはよい特性を示していた

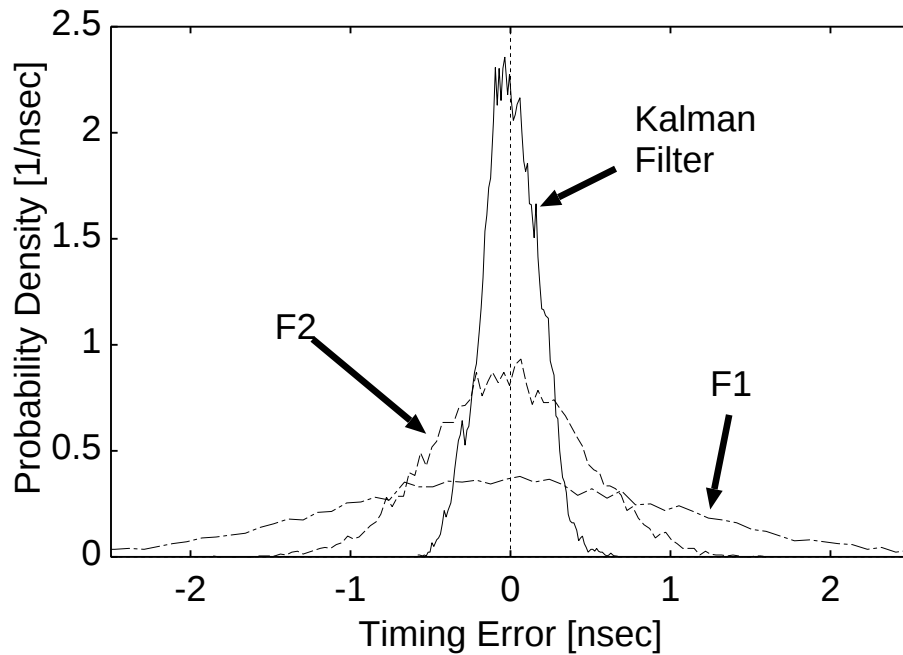


図 6.4: 衛星の運動の効果が無く、観測雑音がある場合の各手法の推定誤差PDF

が、観測雑音が大きくなると特性が大きく悪化することが分かる。また、 F_2 フィルタはゲインが低いために観測雑音の影響を抑え、 F_1 フィルタより良い特性を示している。しかしながらその誤差の大きさは目標誤差 $\text{RMS}0.3\text{nsec}$ を大きく上回ることが分かる。一方、カルマンフィルタ法は固定フィルタ法に比べて非常に良い特性を示している。このように、カルマンフィルタ法は観測雑音の無い場合は最適固定フィルタ F_1 と同程度の特性を持ち、観測雑音のある場合は誤差に対しロバストな特性を有していると言える。

6.4 衛星運動効果と同期誤差

本節では衛星運動効果及び観測雑音の両方を考慮に入れた場合の同期誤差を調べる。衛星運動効果を考慮する場合の $V(t)$ を図 6.5(左) に示す。但し $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$, $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ とする。図 6.5 は衛星運動効果の傾きが最も大きくなる時刻における遅延時間の変化を示している。遅延時間差 $V(t)$ の真値及びカルマンフィルタ法による推定値 $\hat{V}(t)$ を図 6.5(右) に示す。同図よりカルマンフィル

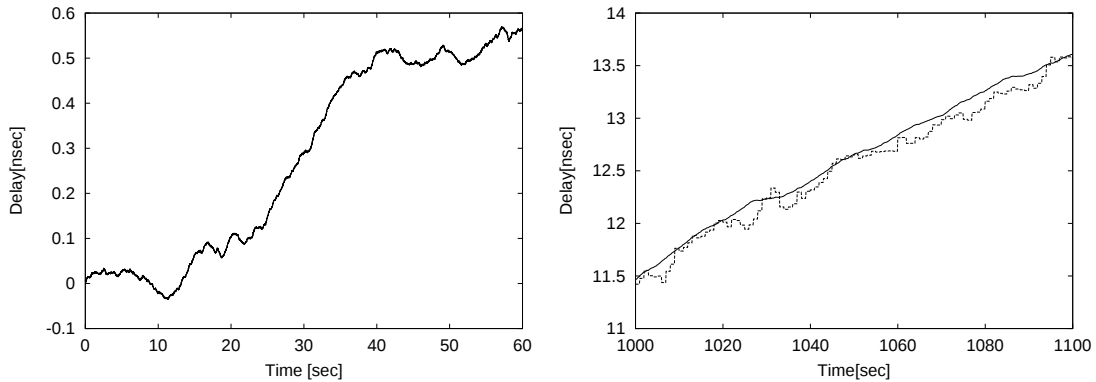


図 6.5: 衛星運動効果を考慮した遅延時間差 $V(t)$ モデル信号 (左), 衛星運動効果のある場合のカルマンフィルタによる推定 (右)

タ法は $V(t)$ を全般に低く推定していることが分かる。前節でカルマンフィルタ法は観測雑音に対して良い特性を持つことが確認されたが、衛星運動効果に対しては良い特性を示さないと言える。

衛星運動効果及び観測雑音を考慮にいたした場合の固定フィルタ法及びカルマンフィルタ法の同期誤差の PDF を図 6.6 に示す。同図より固定フィルタ法は裾が広がっているものの同期誤差の PDF は平均がほぼ 0 となっていることが分かる。一方、カルマンフィルタ法の同期誤差の PDF は平均にオフセットを生じていることが分かる。固定フィルタ法 F_2 の同期誤差 RMS は 0.470nsec 、カルマンフィルタ法の同期誤差 RMS は 0.702nsec となり、両手法とも目標同期精度 RMS の 0.3nsec よりも大きな値となり、十分な同期精度が得られない。

カルマンフィルタ法の同期誤差のオフセットの原因については次のように考察できる。衛星運動効果は 24 時間周期であるため、24 時間に対して充分短い時間内では勾配を有する直線的な変化をするように見える。また、発振器揺らぎや対流圏位相シンチレーションも長期記憶モデルで表現されるために同様な性

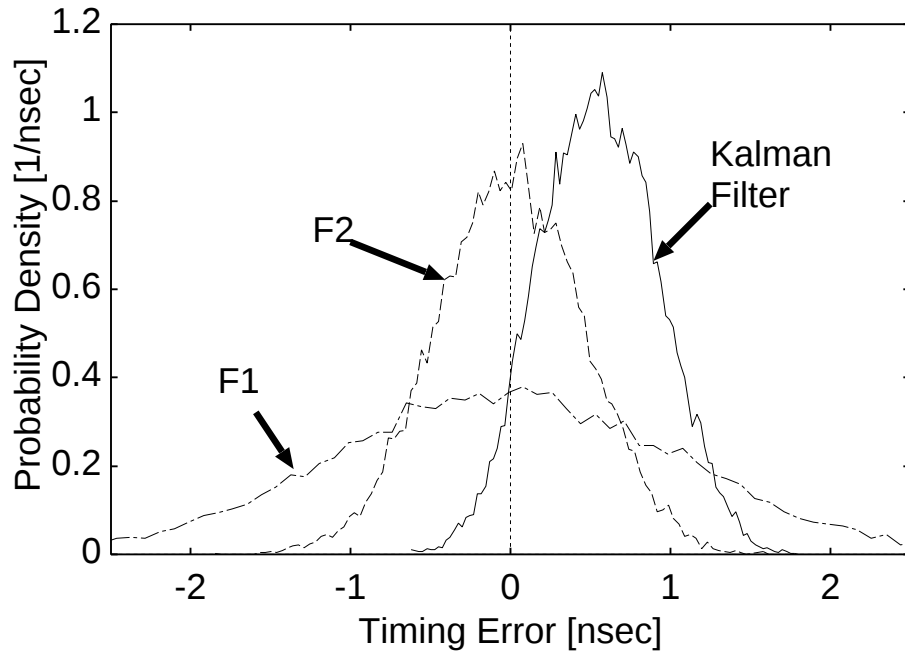


図 6.6: 衛星の運動の効果及び観測雑音がある場合の各手法の推定誤差 PDF

質を持つ。一般に観測時間よりも長い波長成分はこのような特徴を持つ信号として観測され、トレンド成分 (Trend Component) と呼ばれる。誤差の分布の平均にオフセットがかかるのは遅延時間差 $V(t)$ に含まれる大きなトレンド成分が原因と考えられる。カルマンフィルタ法では AR 方程式の係数同定を定期的に行う。AR 方程式の係数同定は一種のパラメトリックなスペクトル推定であるため、本来低周波成分であるトレンド成分は正確な周波数が推定できず、広い周波数範囲に対して偽りの周波数成分を発生させる。このことがカルマンフィルタ法の同期精度を悪化させる原因と考えられる。しかしながら、カルマンフィルタ法を適用する前にトレンド成分を見掛け上取り除く前処理を施すことで同期誤差に生じるオフセットを抑えることが可能と考えられる。そこで次章ではトレンド成分を含む信号に対して良い特性を持つ同期手法を新たに提案し、その特性を調べる。

第7章 提案カルマンフィルタ法

7.1 提案カルマンフィルタ法及びそのパラメータ最適化

前章で調べたようにカルマンフィルタ法は、遅延時間差 $V(t)$ が大きなトレンド成分を有する場合に同期誤差が大きくなる問題を有する。本章では、カルマンフィルタ法の問題点を解決する為にカルマンフィルタ法を拡張した同期手法 (Kalman Filter Method for signals with Trend components; 以下 KFMT と略す) を新たに提案する。KFMT は次の通りである。

- 1.トレンド成分を有する遅延時間差 $V(t)$ から最近の M 個の遅延時間差 $V(t-M), \dots, V(t-1)$ に対し直線フィッティングにより回帰直線を求める。
2. $V(t)$ からその直線の値を減算し、そのデータをカルマンフィルタに適用し、仮の推定値を求める。
3. 予測したデータに回帰直線のその時刻の値を加えることで真の予測値とする。
4. また、 $tT_0 \leq \tau < (t+1)T_0$ を満たす時刻 $\tau \in \mathbf{R}$ におけるタイミングオフセット $\bar{T}(\tau)$ を次式で定めるものとする。

$$\bar{T}(\tau) = \hat{V}(t) + a(\tau - tT_0) \quad (7.1)$$

但し a は回帰直線の傾きである。以上に述べた KFMT の概要を図 7.1 に示す。KFMT は低周波やトレンド成分など、直線的な変化を含む信号に対して良い特性を示すと考えられる。

次に、KFMT のパラメータ M を同期誤差が小さくなるように決定する。 M が小さい場合、回帰直線のパラメータの推定が不安定になり、同期誤差が大きくなると考えられる。一方、 M が大きくなると正弦波の直線近似が成り立たなくなり、その違いに起因する同期誤差が生じると考えられる。更に M の大きさは装置の複雑度や計算時間に影響するため、可能な限り小さいことが望ましい。 M の大きさを変えたときの遅延時間変化分の同期誤差の RMS を図 7.2 に示す。同図より、RMS が各場合で比較的小さく、 M 自体も小さい値となるものを選ぶものとする。以上の条件を満たす値として $M = 100$ を選び、以下では $M = 100$ を用いた KFMT について考える。

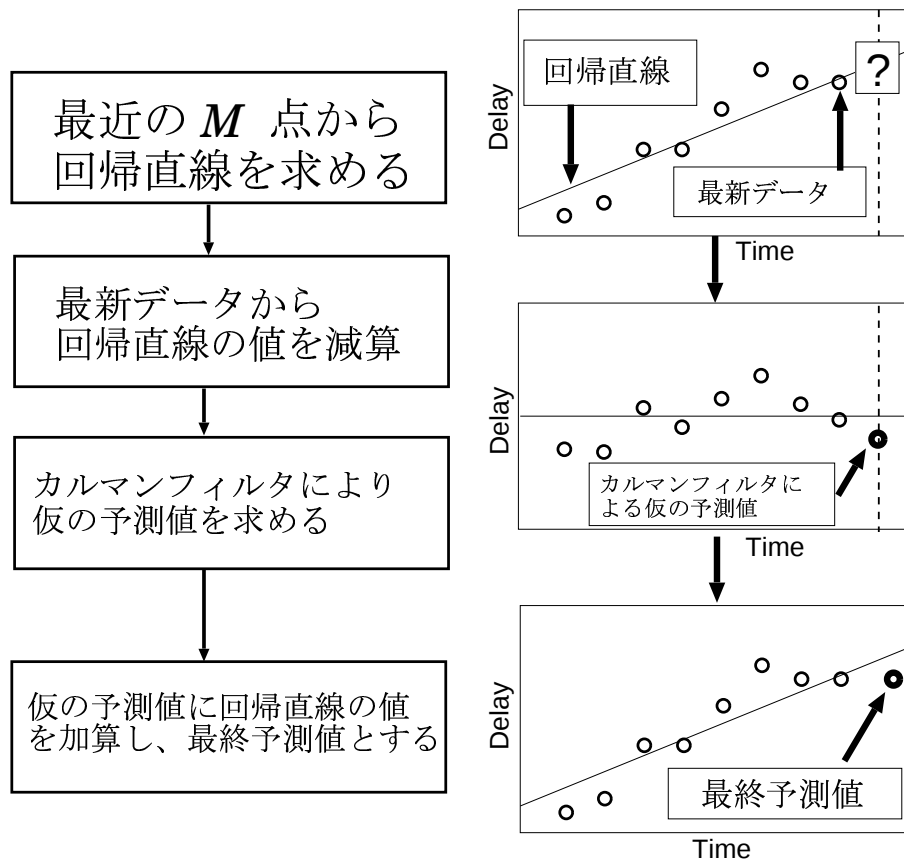


図 7.1: KFMT の概要

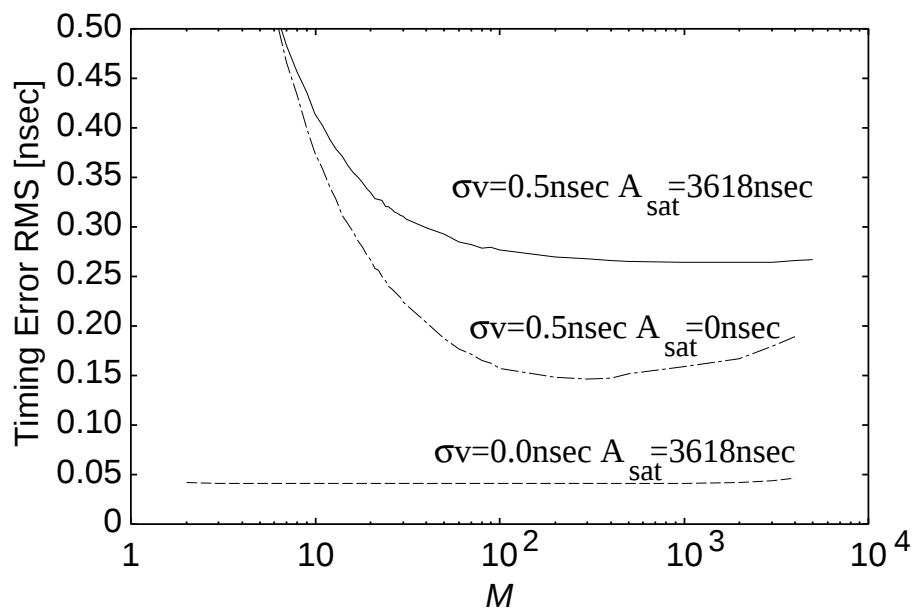


図 7.2: KFMT の回帰直線の計算に用いるデータ数 M に対する同期誤差 RMS

7.2 提案カルマンフィルタ法の特徴

KFMT を適用した場合の同期誤差の PDF を図 7.3 に実線で示す。単にカルマンフィルタを適用した場合に比べ、誤差の分布のオフセットが非常に小さくなっていることが分かる。また、同期誤差の RMS は 0.275nsec と、 0.3nsec よりも小さな値となる。

固定フィルタのうち、タイミング観測誤差に対してロバストな特性を有すると考えられる F_2 フィルタ、カルマンフィルタ法、及び KFMT の各々に対して衛星の運動の影響の無い場合 (東京)、及び衛星の運動の影響のある場合 (沖縄県波照間島高那崎) の両方の場合の同期誤差 RMS に関して、衛星の運動の有無に対して特性がほとんど変化しないのは固定フィルタ F_2 であるが、その誤差は目標値よりも大きいという問題がある。一方、適応型フィルタであるカルマンフィルタ法及び KFMT はいずれも衛星の運動の影響が無い場合には良い特性を示し、目標値である 0.3nsec よりも十分小さい値となっている。しかし、衛星の運動を考慮するとカルマンフィルタ法は特性が非常に悪くなる。一方、KFMT は目標値同期誤差 RMS である 0.3nsec 以下の誤差に抑えられており、良い特性を示すことが分かる。

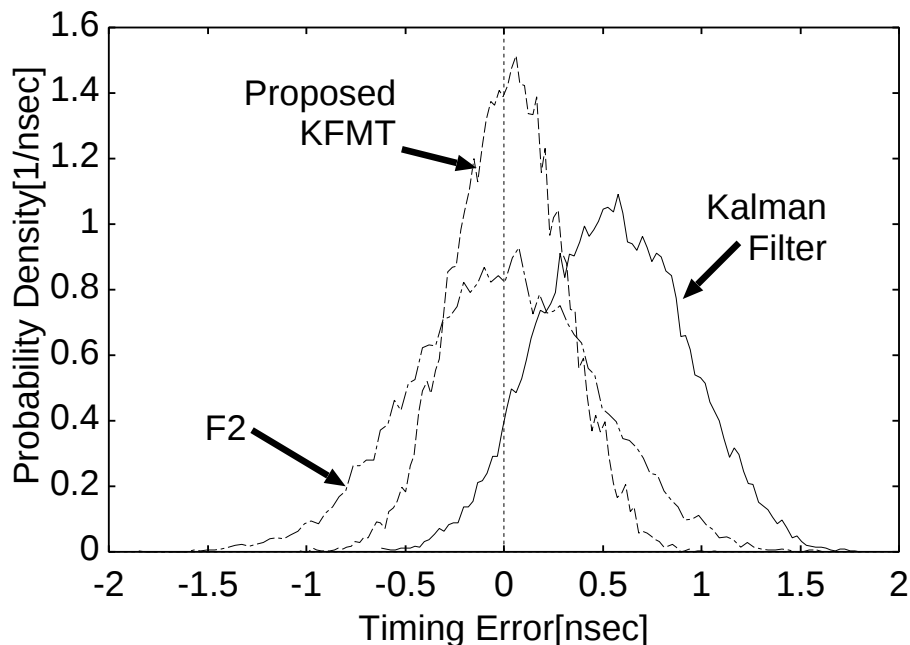


図 7.3: KFMT 及び従来法の同期誤差の PDF

第8章 LMS フィルタ法と提案LMS フィルタ法

8.1 従来のLMS フィルタとその問題点

前章まででカルマンフィルタを拡張したKFMTは良い特性を得ることが可能であることが明らかになった。しかしながら、カルマンフィルタを用いる際には、一定時間毎にシステムパラメータを推定する必要があるため、システムの複雑度や計算時間の点で問題となりうる。そこで、前処理を必要としないアルゴリズムであるLMS フィルタを本章では検討し、目的とするシステムへの適用可能性について議論する。カルマンフィルタはシステムの動特性や雑音の性質が既知であるという条件があったが、LMS フィルタではそのような条件はない。以上の性質は一般の問題に適用しやすいため、多くの分野で使われるアルゴリズムである。LMS フィルタについては第5章で述べたが提案手法との比較を容易にするため更新アルゴリズムを再度記す。誤差関数 $e(t)$ を次式で定義する。

$$e(t) = y_t - \hat{y}_t \quad (8.1)$$

$$= y_t - \sum_{k=1}^K w_k y_{t-k} \quad (8.2)$$

評価関数を $e^2(t)$ とし、この値を最小にするように w_k ($k = 1, 2, \dots, K$) を更新する。即ち、 w_k ($k = 1, 2, \dots, K$) の更新アルゴリズムは次のように表される。

$$w_k \leftarrow w_k - \mu \frac{\partial e^2(t)}{\partial w_k} \quad (8.3)$$

LMS フィルタ法がウィナー解に収束するための条件は、定常信号に対して、充分小さな μ を与えた場合であることが知られている。しかしながら現在対象とする信号は、長期記憶モデルに正弦波が加わったものである。正弦波は小さな時定数のシステムに対してはトレンド成分として働くため、非常に非定常性の強い信号を対象とする必要がある。 $A_{\text{sat}} = 3618.0\text{nsec}$, $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ の信号に対し観測開始6時間後から30時間後までの同期誤差のRMSを μ を変化させて図8.1にプロットする。同図より $\mu = 10^{-9}$ 辺りで最適となるが、その同期誤差RMSは 0.660nsec と目標値の 0.3nsec を大きく上回っている。更に $\mu > 4.5 \times 10^{-9}$ では解は発散してしまう。これは衛星の運動などに起因するトレンド成分が信号の非定常性を強め、LMSの要求する定常性が満たされないためであると考えられる。同期誤差を時系列として図8.2に示す。同図には衛星運動効果の時間変化を示していないが、衛星運動効果が最大になるところで非常に振動的になっ

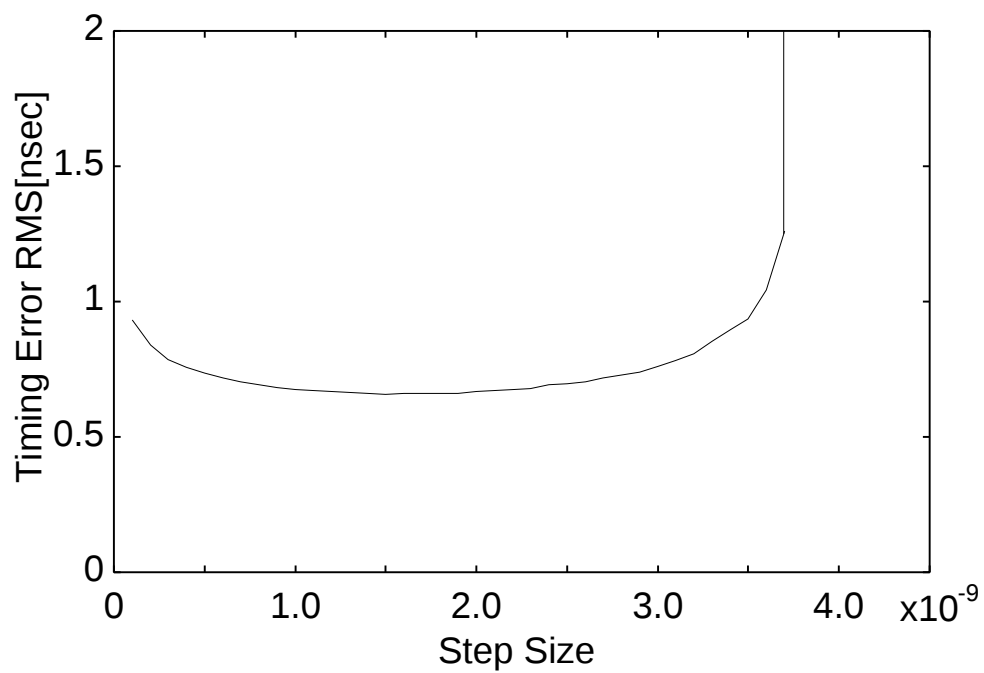


図 8.1: 従来の LMS フィルタの μ と同期誤差 RMS の関係

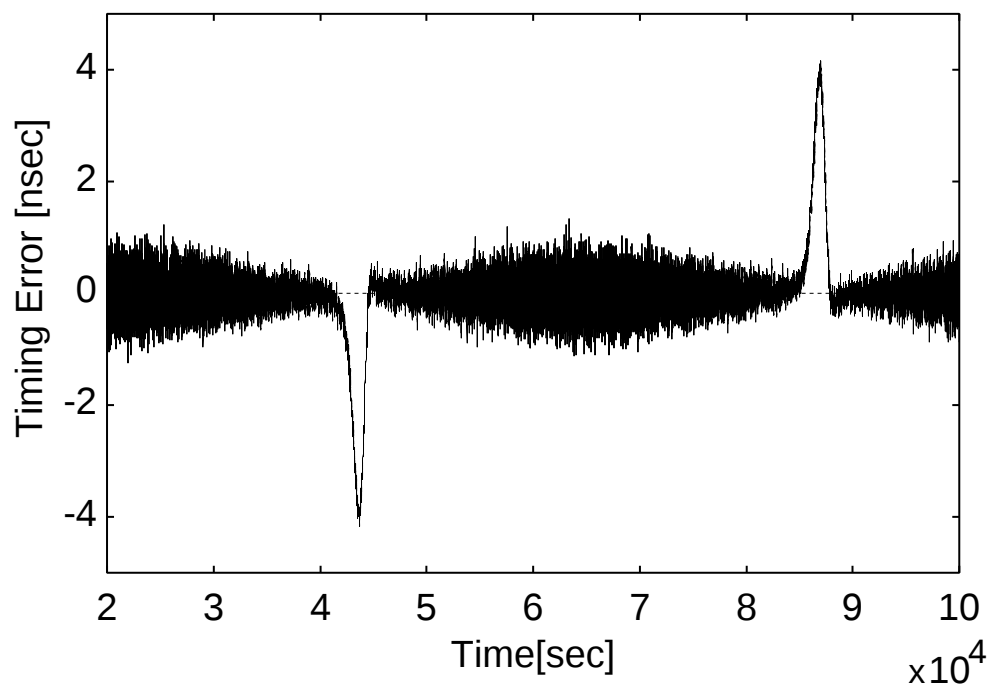


図 8.2: LMS フィルタを用いた場合の同期誤差の時間変化 ($\mu = 10^{-9}$)

ていることが確認された。これは衛星の傾きを吸収する方向にトランスバーサルフィルタの重みが変化し、誤差が非常に大きくなることに起因すると考えられる。そのため、誤差を小さくするための新たなアルゴリズムが必要となる。

8.2 提案 LMS フィルタ法とその特性

前節で見たような LMS フィルタの問題点を解決するために次のようなトレンド成分を考慮したアルゴリズム (Least Mean Square for signals with Trend component; 以下 LMST と略す) を提案する。予測値 $\hat{y}_t$ を次式で表現する。

$$\hat{y}_t = \sum_{k=1}^K w_k (y_{t-k} - a(t-k)) + at \quad (8.4)$$

この時、誤差関数 $e(t)$ は次式で与えられる。

$$e(t) = y_t - \hat{y}_t \quad (8.5)$$

$$= y_t - \sum_{k=1}^K w_k (y_{t-k} - a(t-k)) + at \quad (8.6)$$

ここで a はトレンド成分の傾きを表しており、 a が正弦波の微係数に収束することでトレンド成分が除去できると考えられる。 w_k, a の更新アルゴリズムは次式で与えられる。

$$w_k \leftarrow w_k - \mu \frac{\partial e^2(t)}{\partial w_k} \quad (8.7)$$

$$= w_k + 2\mu e(t) (y_{t-k} - a(t-k)) \quad (8.8)$$

$$a \leftarrow a - \mu_a \frac{\partial e^2(t)}{\partial a} \quad (8.9)$$

$$= a - 2\mu_a e(t) \left(t + \sum_{k=1}^K w_k (t-k) \right) \quad (8.10)$$

ここで $\mu_a = \mu$ とした場合の LMST において 10^5sec のシミュレーションを行う。 $V(t)$ のパラメータは $A_{\text{sat}} = 3618 \text{nsec}$ 、 $\sigma_v = 0.5 \text{nsec}$ を仮定する。シミュレーションの結果、同期誤差 RMS は 1.215nsec となり、従来法の同期精度 0.660nsec よりも大きくなることが分かる。 $\mu_a = \mu$ の場合の a の変化を図 8.3 に示す。図より衛星のトレンド成分を十分に捉えられていないことが分かる。これは衛星の運動の周期に比べて LMS フィルタのトレンド成分推定パラメータの時定数が大きいためと考えられる。

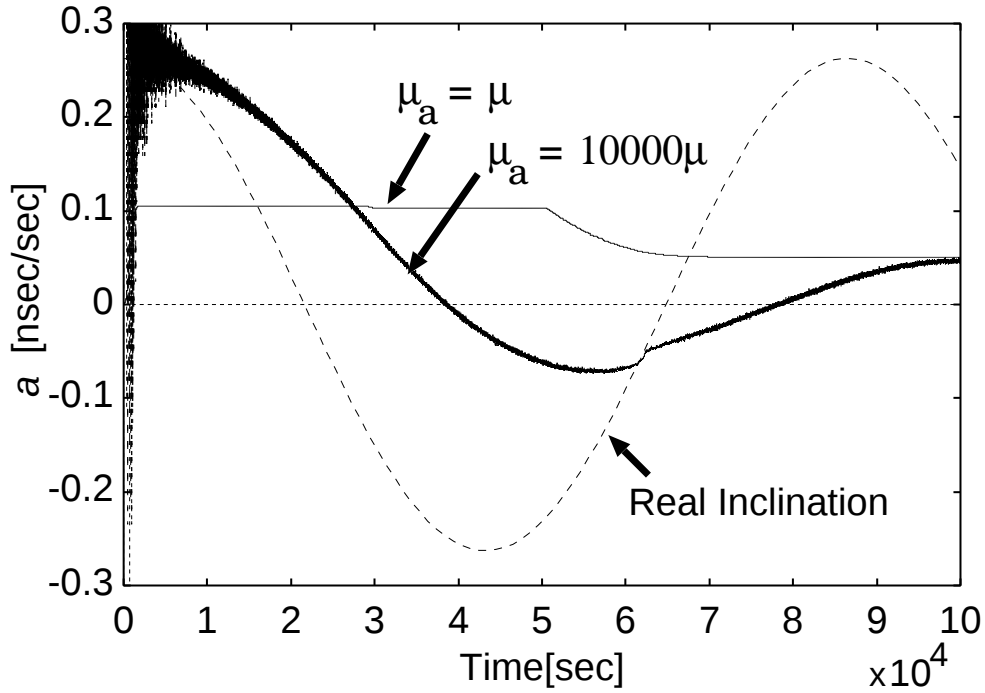


図 8.3: 2 通りの μ_a に対する a の変化と衛星の運動の微係数

8.3 提案 LMS フィルタ法のパラメータ最適化

前節で見たように LMST はトレンド成分推定のパラメータ時定数の調整が不十分である場合にトレンド成分をトランスバーサルフィルタで吸収するために特性が悪くなる特徴を持つ。そこで時定数に関係のある μ_a を変化させた場合の同期誤差 RMS を計算し、図 8.4 に示す。但し 10 通りの乱数により生成した信号を用いた場合の同期誤差について観測開始から 6 時間から 24 時間についての RMS を平均する。同図より $\mu_a = 10000\mu$ 辺りで同期誤差は小さな値を示すことが分かる。 $\mu_a > 10000\mu$ では緩やかに誤差が増大しているがこれは時定数が短すぎるためにシステムが振動的になり、発散すると考えられる。また、 μ_a が小さい場合は時定数が長すぎるために 1 日周期の衛星の運動の影響を平滑化し、追従できないために特性が悪くなる。以上の検討に基づき、以下では $\mu_a = 10000\mu$ と仮定する。 $\mu_a = \mu$ 、及び $\mu_a = 10000\mu$ の場合の a の変化を図 8.3 に示す。同図より $\mu_a = 10000\mu$ の場合は衛星の運動に起因するトレンド成分の傾きを良く吸収していることが分かる。一方、 $\mu_a = \mu$ の場合は衛星の運動の影響をトランスバーサルフィルタで吸収してしまい、 a の値があまり変化しないことが分かる。次に、図 8.5 に $\mu_a/\mu = 10000$ を固定したまま μ を変化させ、同期誤差の RMS を

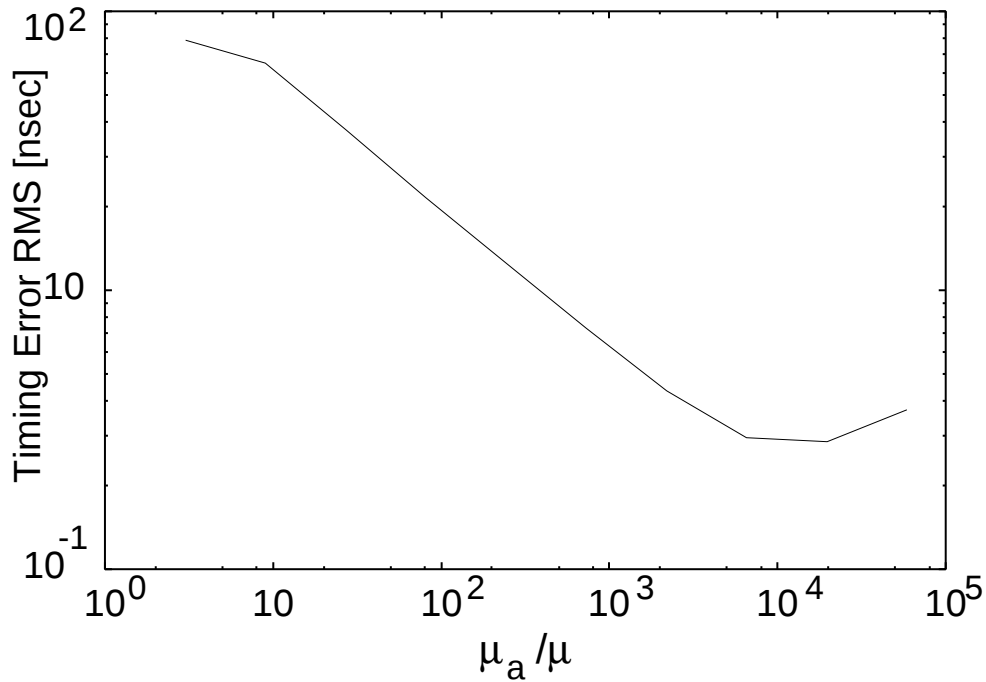


図 8.4: μ_a/μ と同期誤差 RMS の関係 ($\mu = 10^{-9}$)

プロットする。 μ_a/μ の最適値は μ によりあまり変化しないと考えられるため、固定している。また、誤差の RMS は観測開始から 6 時間後からのみを対象としているため、収束が 6 時間より遅い場合には誤差が大きくなっている。これは同期精度と収束速度がトレードオフになっているため、その評価基準として収束時間をここで 6 時間としていることに相当する。同図より $\mu = 10^{-9}$ 辺りが最適となっていることが分かる。以上のことを考慮にいれ、以下では $\mu = 10^{-9}$ とする。

以上のパラメータの元で LMST の同期誤差の時系列を図 8.6 に示す。LMS フィルタ法で大きな問題となる衛星運動に同期した誤差の大きなピークは確認されず、LMS フィルタ法の問題点が LMST により解決することが分かる。また、誤差の RMS は 0.283nsec と、カルマンフィルタを拡張した提案手法よりも誤差が大きい。同期誤差を最も小さくすることのできるフィルタはカルマンフィルタを拡張した提案手法であるが、LMS フィルタを拡張したフィルタはシステム同定を必要としないため比較的簡単な装置で実現可能である利点を有する。KFMT 及び LMST は同期誤差と装置複雑性とのトレードオフになっており、システムの要求する制限により適宜選択されるべきである。

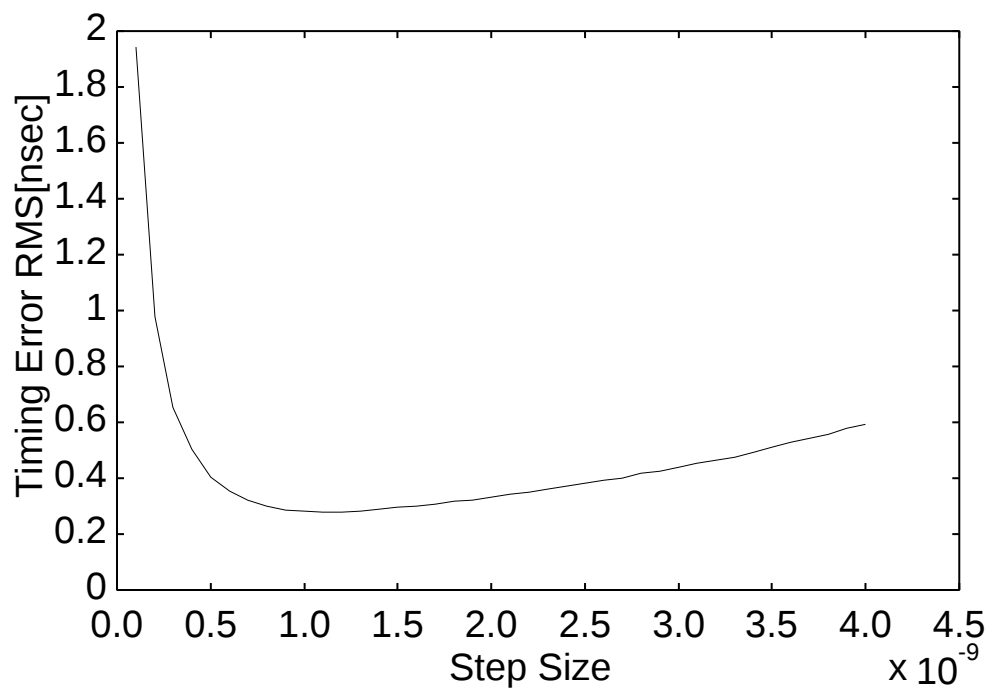


図 8.5: LMST の μ と同期誤差 RMS の関係 ($\mu_a/\mu = 10000.0$)

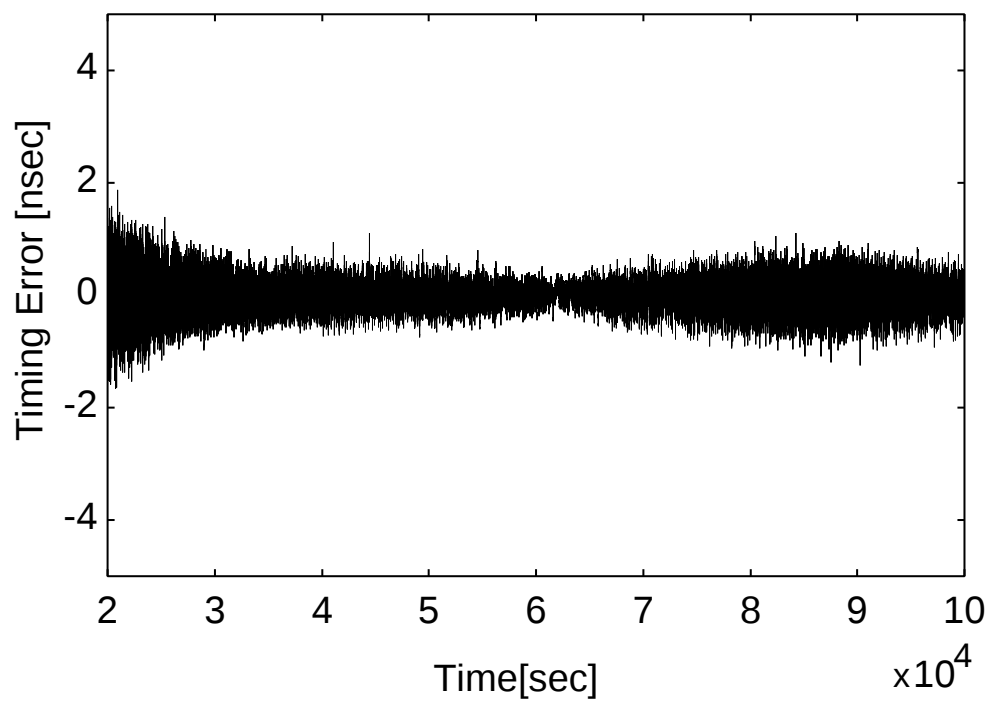


図 8.6: LMST を用いた場合の同期誤差の時間変化 ($\mu = 10^{-9}$)

8.4 提案LMSフィルタ法の一般化

前節までに提案した拡張LMSフィルタは1次関数でトレンド成分を除去するものであった。一方、一般に M 次多項式でトレンド成分を除去することを考える。即ち予測値 $\hat{y}_t$ を次式で表す。

$$\hat{y}_t = \sum_{k=1}^K w_k (y_{t-k} - \sum_{m=1}^M a_m (t-k)^m) + \sum_{m=1}^M a_m t^m \quad (8.11)$$

この時アルゴリズムは次式のようになる。

$$w_k \leftarrow w_k - \mu \frac{\partial e^2(t)}{\partial w_k} \quad (8.12)$$

$$= w_k + 2\mu e(t) \left(y_{t-k} - \sum_{m=1}^M a_m (t-k)^m \right) \quad (8.13)$$

$$a_m \leftarrow a_m - \mu_a \frac{\partial e^2(t)}{\partial a_m} \quad (8.14)$$

$$= a_m - 2\mu_a e(t) \left(t^m + \sum_{k=1}^K w_k (t-k)^m \right) \quad (8.15)$$

以上のアルゴリズムは様々なパラメータに対して $M \geq 2$ で発散し、良い特性を示すことができないことが確認される。非線形最適化の一種であるため、パラメータの増加が解を不安定にしているものと思われる。しかしながら発散の明確な理由は明らかではないため、今後の検討、改善によってより良いアルゴリズムになる可能性があると考えられる。

第9章 各種パラメータと同期手法の同期精度についての検討

9.1 パラメータと同期精度

本章では前章までに調べた同期手法の特性が、各パラメータに対してどのように変化するのかについて定量的に評価、考察する。検討するパラメータは衛星運動効果、観測雑音、更新周波数の3つである。衛星運動効果の大きさは地球局の位置により変化し、大きいほど特性が悪くなることが予想される。これについては衛星運動効果の振幅 A_{sat} をパラメータとする。観測雑音は受信 S/N 及び取得タイミングの平均回数で決まる値であり、これも大きいほど特性が悪くなると思われる。これについては観測雑音の標準偏差 σ_v をパラメータとする。更新周波数 f_u は遅延時間差 $V(t)$ を予測する頻度を表し、地球局の装置の複雑度に関係する設計パラメータである。各地球局は信号送信タイミングを更新周期 $T_0 = 1/f_u$ 毎に更新する。

9.2 衛星運動効果に対する同期誤差の定量的評価

まず、衛星運動効果について検討する。衛星の運動の影響は地球局と制御局との距離が大きくなるに従い大きくなり、各地の地球局で別々の値となる。図9.1に衛星運動効果の振幅 A_{sat} を横軸に取り、縦軸にその各々の場合の同期誤差 RMS をプロットする。但し観測雑音の標準偏差 $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ 、更新周波数 $f_u = 1\text{Hz}$ とする。同図より、固定フィルタは A_{sat} にはほとんど影響されずに一定の値となっているのに対し、他の適応フィルタは A_{sat} が大きくなるに従い同期誤差が大きくなっていることが分かる。特にカルマンフィルタは $0 \leq A_{\text{sat}} \leq 500\text{nsec}$ 辺りで同期誤差の増える割合が非常に大きく、カルマンフィルタが衛星の運動による影響に非常に弱いことが分かる。一方、KFMTはカルマンフィルタに比べて同期誤差の増える割合が比較的緩やかであり、日本国内で最大の影響がある $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ 辺りでも同期誤差の RMS は 0.3nsec よりも小さな値となっており、KFMTが衛星の運動の影響に対してロバストな特性を持つことが分かる。 $A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$ においても KFMT がカルマンフィルタ法よりも良い特性を持つ理由は、衛星運動効果以外の発振器揺らぎや対流圏位相シンチレーションの長期記憶的な特徴も又、衛星運動効果のようなトレンド成分を僅かながら持つためであると考えられる。LMS フィルタは A_{sat} が小さい場合には最も良い

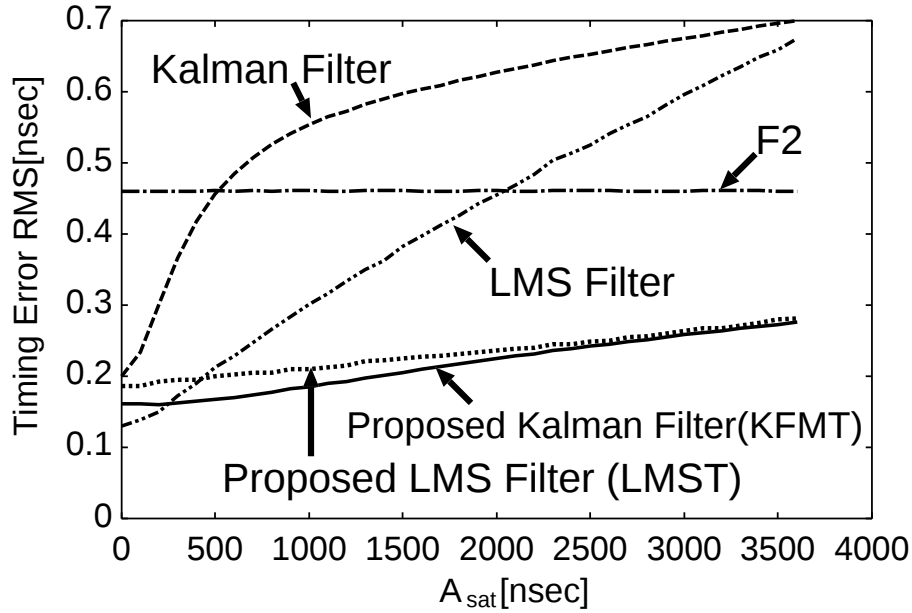


図 9.1: 衛星の運動に対する各アルゴリズムによる同期誤差 RMS(観測雑音 $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$)

特性を示すが A_{sat} の増加と共に同期誤差が大きくなることから分かる。それに対し、LMST は A_{sat} が小さい場合には LMS フィルタよりも特性が劣るものの A_{sat} が大きい場合にも LMS フィルタのような急激な特性の悪化は見られず、良い特性を示すことがわかる。また、LMST の特性は KFMT の特性より僅かに悪いもののその差は最大 0.05nsec 程度である。また、 F_1 フィルタに関しては同期誤差が非常に大きいため同図には示していない。以上より $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ の場合において最も良い特性を示すのは KFMT であることが分かる。目標同期精度である 0.3nsec を達成するための σ_v の条件は、カルマンフィルタに関しては $A_{sat} \leq 200\text{nsec}$ 、LMS フィルタに関しては $A_{sat} \leq 1000\text{nsec}$ 、LMST 及び KFMT に関しては $A_{sat} \leq 3618\text{nsec}$ の範囲で目標精度を満たすことが分かる。また、 F_2 フィルタは A_{sat} に関わらず目標精度を達成しない。

$\sigma_v = 0.0\text{nsec}$ の場合の同期誤差 RMS を図 9.2 に示す。但し更新周波数 $f_u = 1\text{Hz}$ とする。この場合には衛星の運動の如何に関わらず固定フィルタ F_1 フィルタが良い特性を示すことが分かる。また、衛星の運動の影響が小さい範囲では F_2 フィルタが、衛星の運動の影響が大きい範囲では KFMT がそれぞれ F_1 フィルタに次いで良い特性を示す。一方カルマンフィルタは $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ の場合と同様に衛星の運動の影響に対して特性が大きく悪化する事が確認できる。以上よ

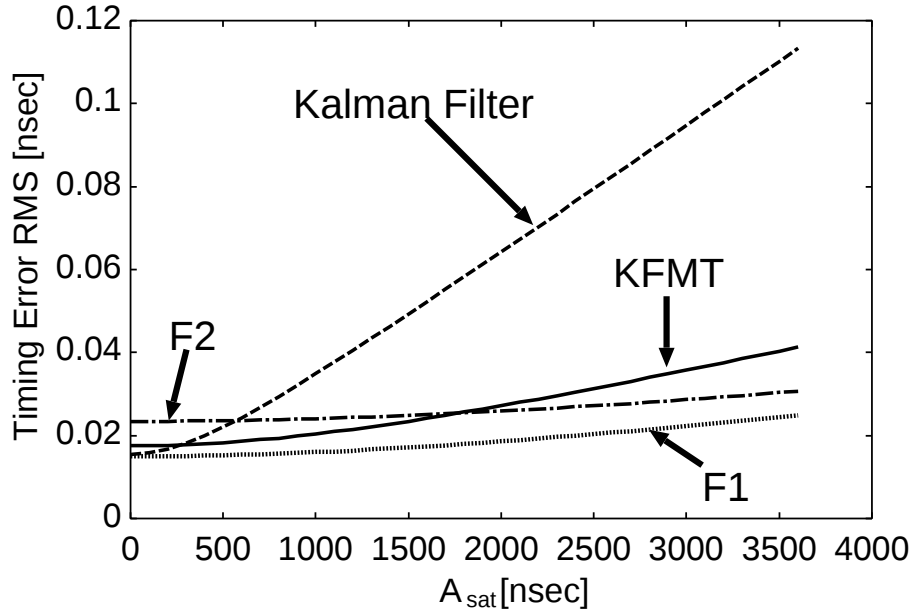


図 9.2: 衛星の運動に対する各アルゴリズムによる同期誤差 RMS(観測雑音 $\sigma_v = 0.0\text{nsec}$)

り、 $\sigma_v = 0.0\text{nsec}$ の場合に良い特性を示す手法は固定フィルタ F_1 フィルタであることが分かる。ここで LMS フィルタ及び LMST を示していないのはそれらの同期誤差が $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ の場合とほぼ同じであり、図示した同期手法に比べて極端に大きいためである。このことから LMS フィルタ及び LMST の双方とも同期誤差の原因として観測雑音より目標信号 $V(t)$ の揺らぎの方が大きいと考えられる。

9.3 観測雑音に対する同期誤差の定量的評価

前節より、衛星の運動の影響の如何に関わらず $\sigma_v = 0.5\text{nsec}$ の場合において良い特性を示すのは KFMT であり、 $\sigma_v = 0.0\text{nsec}$ の場合に良い特性を示す手法は固定フィルタ F_1 フィルタであることが判明した。即ち、観測雑音が比較的小さい範囲では固定フィルタ F_1 フィルタを用いるべきであり、観測雑音が大きい範囲では KFMT を用いるべきであると言える。以下ではこのことを定量的に評価することを考える。図 9.3 に観測雑音の標準偏差 σ_v に対する同期誤差の RMS をプロットする。但し衛星運動効果の振幅 $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ 、更新周波数 $f_u = 1\text{Hz}$ とする。同図より $0\text{nsec} \leq \sigma_v \leq 0.08\text{nsec}$ の範囲では固定フィルタ F_1 フィルタが最も良い特性を示し、 $0.08\text{nsec} \leq \sigma_v \leq 0.13\text{nsec}$ の範囲では固定フィルタ F_2

フィルタが最も良い特性を示し、 $0.13\text{nsec} \leq \sigma_v$ の範囲では KFMT が最も良い特性を示すことが分かる。しかしながら $0.13\text{nsec} \geq \sigma_v$ においても KFMT が最も良い特性を示す固定フィルタの同期誤差の違いは 10% 程度であり、小さい違いであると言える。一方 LMST は観測雑音に対してほとんど特性が変化しないことが分かる。この理由は前節においても指摘した通り誤差を生じる主な原因がトレンド成分に起因する為である。観測雑音が無い場合よりもある場合の方が LMST の特性が僅かながら良いのは、重みベクトルが局所的最適解に落ち込むのを観測雑音を防いでいるためであると考えられる。また、LMS フィルタ法は他の手法と比較して非常に大きな同期誤差を有するために同図には LMS フィルタの同期誤差 RMS を示していない。また、LMST 以外の同期手法に関しては雑音の標準偏差に対して直線的に同期誤差が大きくなることが確認される。目標同期精度である 0.3nsec を達成するための σ_v の条件は、 F_1 フィルタに関しては $\sigma_v \leq 0.13\text{nsec}$ 、カルマンフィルタに関しては $\sigma_v \leq 0.17\text{nsec}$ 、 F_2 フィルタに関しては $\sigma_v \leq 0.33\text{nsec}$ 、LMST 及び KFMT に関しては $\sigma_v \leq 0.5\text{nsec}$ の範囲で目標精度を満たすことが分かる。その他の LMS フィルタを除く同期手法に関しては $\sigma_v \leq 0.5\text{nsec}$ の範囲で目標同期精度を満たすことが分かる。

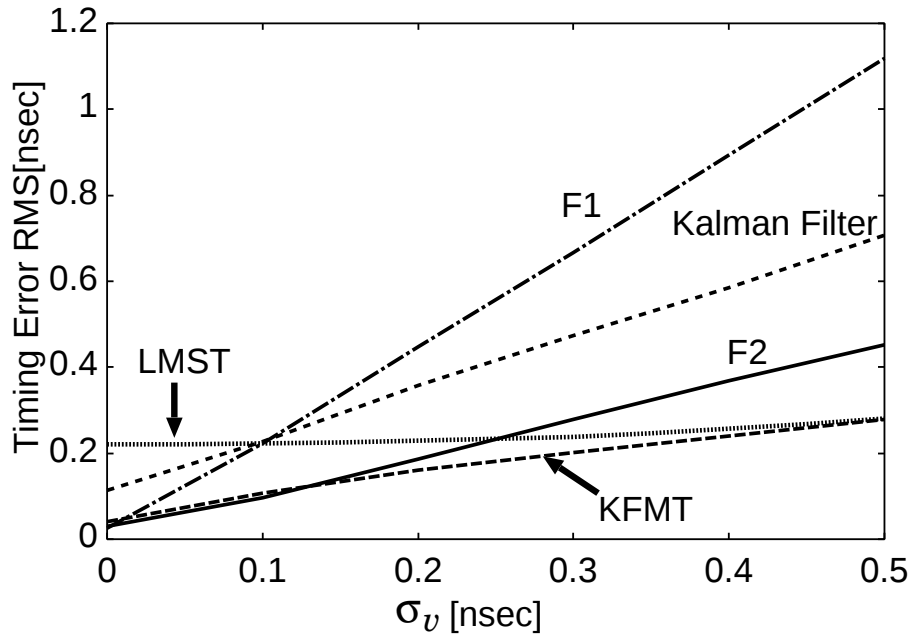


図 9.3: 観測雑音の標準偏差に対する同期誤差 RMS ($A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$)

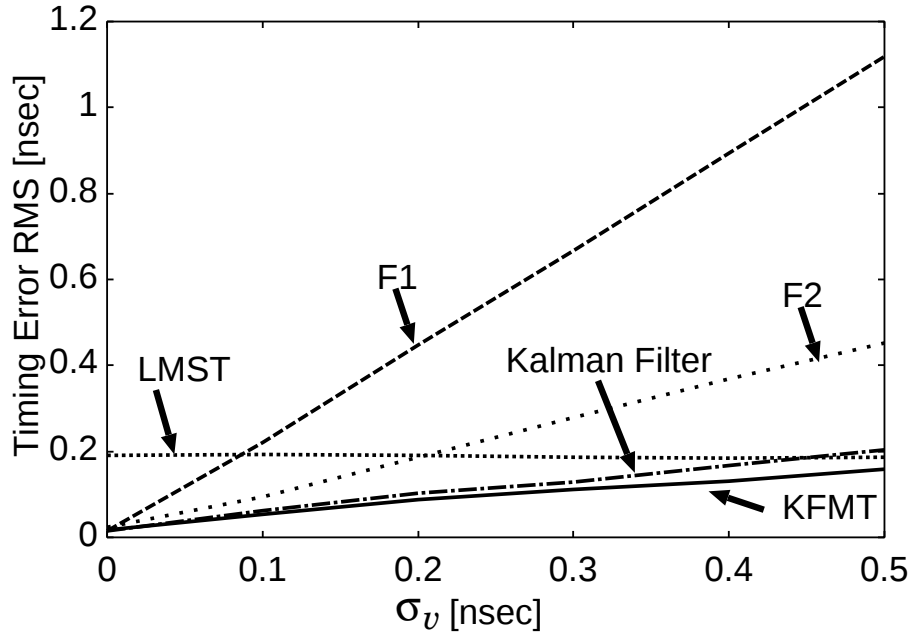


図 9.4: 観測雑音の標準偏差に対する同期誤差 RMS($A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$)

一方、図 9.4 に $A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$ の場合の観測雑音の標準偏差 σ_v に対する同期誤差の RMS をプロットする。 σ_v が非常に小さい範囲において固定フィルタの方が僅かに良い特性を示す範囲もあるものの、全体的に KFMT が良い特性を示していることが分かる。衛星運動効果が最大の場合と同様に LMST 以外の同期手法に関して、雑音の標準偏差に対して直線的に同期誤差が大きくなることが分かる。この特徴は実際に通信システムに適用する際に非常に重要と考えられる。また、目標同期精度である 0.3nsec を達成するための σ_v の条件は、 F_1 フィルタに関しては $\sigma_v \leq 0.13\text{nsec}$ 、 F_2 フィルタに関しては $\sigma_v \leq 0.30\text{nsec}$ である。その他の LMS フィルタを除く同期手法に関しては $\sigma_v \leq 0.5\text{nsec}$ の範囲で目標同期精度を満たすことが分かる。

以上より $\sigma_v \simeq 0\text{nsec}$ の場合に限り固定フィルタ F_1 フィルタが最適であり、その他の場合については KFMT が最適であると言える。一方、 F_1 フィルタによる同期誤差は観測雑音に対して敏感であるという問題点があるため、観測雑音が充分小さいシステムであればコスト面から考えても F_1 フィルタが有効と考えられる。一方、観測雑音が大きくなる可能性があるならば観測雑音及び衛星の運動の影響に対してロバストな特性を持つ KFMT が有効と考えられる。

9.4 更新周波数に対する同期誤差の定量的評価

本節では更新周波数 f_u を変化させる場合の各同期手法の特性を調べる。 F_2 フィルタ、カルマンフィルタ、KFMT、LMST の各々に対して衛星の運動の影響の無い場合 ($A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$)、及び衛星運動効果が最大の場合 ($A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$) の両方の場合の同期誤差 RMS の更新周波数依存性を図 9.5 に示す。 $f_u = 0.1\text{Hz}$ の場合

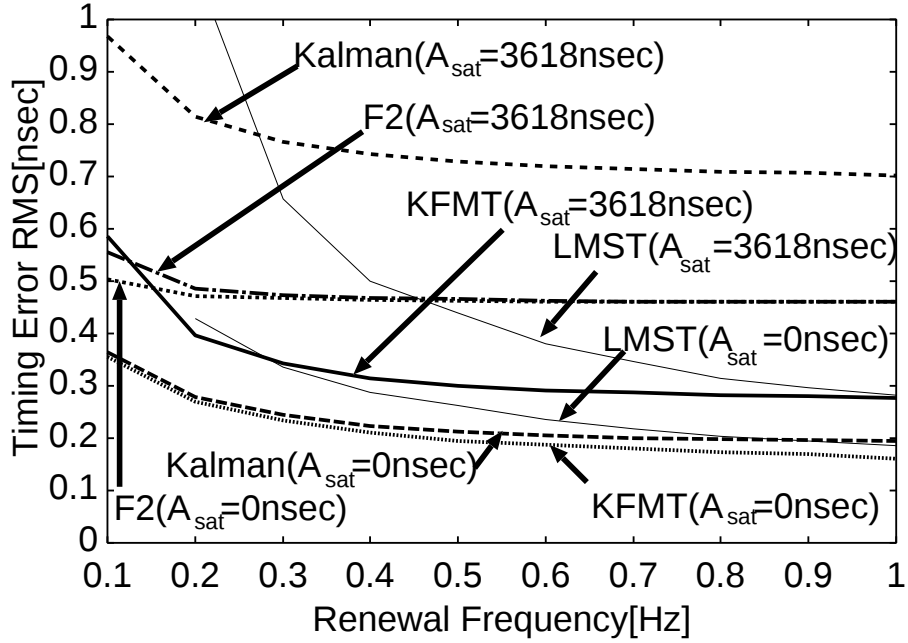


図 9.5: 衛星の運動及び観測雑音を考慮した場合の各アルゴリズムによる同期誤差 RMS の更新周波数依存性

LMST は予測値が発散するため、同図には同期誤差を示していない。同図より、 $0.5\text{Hz} \leq f_u \leq 1\text{Hz}$ の範囲では LMST 以外の同期手法は同期誤差が更新周波数に対してあまり変化しないことが分かる。特に KFMT に関して、 $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ の場合に、 $0.6\text{Hz} \leq f_u$ の範囲で目標精度である 0.3nsec 以下の同期誤差 RMS に抑えられることが分かる。また、 $A_{\text{sat}} = 0\text{nsec}$ の場合にはカルマンフィルタ及び KFMT のいずれも $0.2\text{Hz} \leq f_u$ の条件下で目標同期誤差 RMS を達成できることが分かる。LMST に関しては $A_{\text{sa}} = 0\text{nsec}$ の場合は $f_u > 0.7\text{Hz}$ 、 $A_{\text{sa}} = 3618\text{nsec}$ の場合は $f_u > 0.9\text{Hz}$ が目標同期誤差を達成することが分かる。

第10章 結論

本論文ではコアネットワークへのアクセス系として静止衛星を用いた同期CDMA通信システムを取り上げ、システム実現の上で問題となる高い同期精度維持のための同期手法について検討を行った。最初に静止衛星 N-STAR-a を用いた遅延時間変化測定実験を行い、その結果に基づいた伝搬遅延変化モデル信号を作成した。更にその伝搬遅延変化モデル信号の元で、静止衛星を用いた同期CDMA通信システムの信号間の同期精度を計算機シミュレーションにより評価した。同期手法として従来用いられてきた固定フィルタ及び最適フィルタとして知られるカルマンフィルタやLMSフィルタを適用した場合の同期精度を示し、それらの問題点を明らかにした。それを元に、従来法より高い同期精度を実現する提案カルマンフィルタ法 (KFMT) 及び提案LMSフィルタ法 (LMST) を提案し、それらを用いた場合、日本国内で考えうる最悪のケースにおいても0.3nsec以内の同期精度を達成できることを明らかにした。この結果、1Gchip/secの同期CDMAを静止衛星を用いて実現できることを定量的に示した。

以下に各章の内容について簡単に整理する。

第2章では本論文で用いるシステムのモデルについて説明し、同期維持法の概要を述べた。その結果ランダムに変動する遅延時間差についての予測問題に帰結することを明らかにした。その際、確率過程を用いて遅延時間差を解析的に導出した。更に信号処理の計算時間の満たすべき条件を述べた。

第3章では高い同期精度を維持する上で地球局から静止衛星までの間にある媒質や発振器、受信機の特性和遅延時間の変化の特徴について述べた。遅延時間の変化は衛星の運動に関しては24時間周期の正弦波となり、その他の信号は特定のパワースペクトルに従うランダム信号となることを述べた。衛星運動効果に関しては日本各地での影響の大きさについて数値計算により検討し、最も影響の大きいのは沖縄県波照間島高那崎の振幅 $A_{\text{sat}} = 3618\text{nsec}$ であることが分かった。また、遅延時間差のモデル信号の生成法について述べ、計算機を用いて実際にモデル信号を生成した。

第4章では静止衛星 N-STAR を用いた実験により衛星回線の遅延時間変動の特性を測定した。測定データを用いてウィナーフィルタを用いた処理を行ったがランダムな遅延時間変動は小さく、その統計的な性質を確認することはできなかった。しかしながらランダムな遅延時間変動がモデルよりも小さいために

第3章で作成したモデル信号は最悪の場合における特性をみるという意味で適切であるということが確かめられた。更に、衛星運動効果は24時間周期の正弦変化と僅かに異なる特性を示すものの短い時間間隔では正弦波で充分良い近似ができることを確認した。また軌道パラメータから導かれる波形と比較することで第4章で仮定したモデル信号の妥当性を確認することができた。

第5章では第6章以降で検討する既存予測フィルタである固定フィルタ法、カルマンフィルタ法、LMSフィルタ法についてその原理を述べた。特にカルマンフィルタ法に関しては前処理である線形確率システムのパラメータ同定に関して第3章で作成したデータを適用し、トレンド成分がある場合には正確なパラメータ推定が難しいことを指摘した。

第6章では第3章で生成した遅延時間変化のモデル信号に対し、第5章で述べた固定フィルタ法およびカルマンフィルタ法の同期維持の同期精度及び特性を計算機シミュレーションにより調べた。固定フィルタは放物状目標信号に対して最適な F_1 フィルタとゲインが低く観測雑音にロバストな F_2 フィルタの2種類について調べた。標準偏差 0.5nsec の観測雑音がある場合、 F_2 フィルタの方が F_1 フィルタよりも高い同期精度 RMS0.46nsec を達成するものの、両フィルタとも目標の同期精度 RMS0.3nsec は得られないことが分かった。一方カルマンフィルタ法は観測雑音に対しても固定フィルタ法よりも良い特性を示し、その同期精度 RMS は 0.20nsec を達成することが確認される。しかしながら、衛星の運動などのトレンド成分が含まれる信号に対してカルマンフィルタ法の推定はオフセットを生じ、同期精度は著しく劣化することが分かった。その結果、衛星運動効果を考慮するとカルマンフィルタ法の同期精度 RMS は 0.71nsec と、目標同期精度を達成できないことが明らかとなった。

第7章ではカルマンフィルタ法を拡張し、トレンド成分に対してロバストな性質を持つKFMTを提案した。KFMTはカルマンフィルタへ入力する前にトレンド成分を見掛け上消し去る前処理を施すことでカルマンフィルタ法の問題点解決を図る同期手法である。更に、KFMTのパラメータ M に対する同期精度を最適化し、 $M = 100$ と決定した。その結果、国内で最大の衛星運動効果環境下においてKFMTの同期精度は 0.275nsec と、目標値である 0.3nsec よりも高い精度が達成される事が明らかとなり、観測雑音やトレンド成分に対して非常に良い特性を示す事が示された。

第8章ではLMSフィルタを本システムの同期フィルタとして適用を試みた。

LMS フィルタはカルマンフィルタのようにシステムのパラメータ同定を行う必要がないため装置を簡単にできると考えられるからである。その結果、カルマンフィルタと同様に主に衛星の運動に起因するトレンド成分の大きな信号に対して特性が悪いことを明らかにした。そこでその問題を解決するために LMST を提案し、その同期精度 RMS が KFMT の 0.275nsec よりわずかに悪いものの 0.283nsec とほぼ同じオーダーの特性を示すことを明らかにした。

第 9 章では第 7,8 章で提案したアルゴリズム及び固定フィルタ、カルマンフィルタ、LMS フィルタの特性がシステムパラメータに対してどのような特性を示すのかについて定量的に評価を行った。その結果、誤差が非常に小さい場合には固定フィルタの方が良い特性を示す領域もあるが、全体的に KFMT, LMST がロバストな特性を示し、その有効性が示された。

本論文で検討した同期手法の中で最も高い同期精度を維持するのは KFMT であるが、システムのパラメータ推定を必要としない LMST でも KFMT に準ずる精度を維持可能なことを明らかにした。これらの手法はシステムの設計においてシステムの複雑度と同期精度がトレードオフとなることを考慮にいれて適宜選択されうると考えられる。

謝辞

本研究の機会を与えて頂き、適切なご指導とご助言を頂いた森広芳照 教授に心から感謝致します。

本研究を進めるにあたり直接丁寧なご指導を頂き、様々な面でご協力を頂いた川合誠 助教授に深く感謝致します。

日頃から貴重なご助言、ご支援を頂きました梅原大祐 助手に深く感謝致します。

最後に、本論文の作成に当りご助力頂いた森広研究室の皆様に御礼を申し上げます。

参考文献

- [1] 山本平一, “衛星通信,” 丸善株式会社, Sep. 1993.
- [2] 平田康夫, 伊藤泰彦, 阿部宗男, “衛星通信の基礎と応用,” 培風館, May. 1996.
- [3] 横山光雄, スペクトル拡散通信システム,
科学技術出版社, May 1988.
- [4] 丸林元, 中川正雄, 河野隆二, スペクトル拡散通信とその応用,
電子情報通信学会, Oct. 1998.
- [5] R. de Gaudenzi and F. Giannetti, “Analysis and performance evaluation of synchronous trellis-coded CDMA for satellite applications,” IEEE Transactions on Communications, vol.43, no.2/3/4 1995.
- [6] S. Verdu and S. Shamai, “Spectral efficiency of CDMA with random spreading,” IEEE Transactions on Information Theory, vol.45, no.2 1999.
- [7] W. R. Braun, D. Dzung, P. Eglin, G. Mastner and P. Rauber, “*Definition of the Mobile Network Synchronization Experiment*,” ESA Contract No.8728/90/NL/RE Asea Brown Boveri Corporate Research, Jan.1991.
- [8] R. de Gaudenzi and C. Elia, “Bandlimited quasi-synchronous CDMA:,” IEEE Journal of Selected Area Communications, vol.10, Feb. 1992.
- [9] 近藤昭治, 倉本実, 平出賢吉, “PCM-TDMA 衛星通信方式におけるクロック位相同期系の設計,” Proceedings of the IEEE, vol.60, no.5, May 1972.
- [10] G. E. Corazza and R. de Gaudenzi, “Pilot-aided coherent uplink for mobile satellite CDMA networks,” IEEE Transactions on Communications, vol.47, no.5, May 1999.
- [11] W. Braun, P. Eglin and R. Abello, “An all-digital receiver for satellite audio broadcasting signals using trellis coded quasi-orthogonal code-division multiplexing,” ETT 1993.
- [12] 近藤昭治, “PCM 衛星通信用クロック同期系に関する考察,” 電気四学会連合大会, 1979.
- [13] 平出賢吉, “遅延時間を含む位相同期系の引き込み範囲,” 電子通信学会論文誌, vol.55-B, no.7, July 1972.
- [14] 森本盛, 中村親市, 井上行雄, “PCM-TDMA 衛星通信の設計-安定度-,” 電気四学会連合大会, 1979.

- [15] 田島徹, 吉田春彦, 田中茂男, 田原健, “PCM-TDMA 衛星通信回線の従局サブフレーム同期の擾乱限界,” 電気四学会連合大会, 1979.
- [16] 近藤昭治, 倉本実, 平出賢吉, “PCM-TDMA 衛星通信用クロック完全同期系の引き込み特性,” 電気四学会連合大会, 1979.
- [17] 中村親市, 近藤昭治, 井上行雄, 吉田春彦, “衛星通信用 PCM 同期装置,” 電気四学会連合大会, 1978.
- [18] 宮川清三郎, 宮本実, 渡辺義郎, 榎本淳次, “PCM-MA 衛星通信用クロック同期方式 (2) 各部回路の特性,” 電気四学会連合大会, 1978.
- [19] 近藤昭治, 倉本実, 渡辺義郎, 平出賢吉, “PCM-MA 衛星通信用クロック同期方式 (1) 設計,” 電気四学会連合大会, 1978.
- [20] 立川敬二, 鈴木庸弘, 近藤昭治, “PCM-MA 衛星通信用クロック完全同期マルチプルアクセス方式,” 電子通信学会創立 50 周年記念全国大会, 1977.
- [21] J. C. Camparo, R. P. Frueholz and A. P. Dubin, “Precise time Synchronization of two milstar communications satellites without ground intervention,” *International Journal of Satellite Communications*, vol.15, 1997.
- [22] E. Hong, S. Hwang, K. Kim and K. Whang, “Synchronous transmission technique for the reverse link in DS-CDMA terrestrial mobile systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol.47, no.11, Nov. 1999.
- [23] C. Soprano, “A feedback control loop for autonomous time synchronisation for mobile satellite systems, including satellites in any earth orbit,” *ESA Journal*, vol.17, 1993.
- [24] C. Soprano, “A CDMA synchronisation scheme,” *Proceedings IMSC JPL PUBL*, 1993.
- [25] R. de Gaudenzi, C. Elia and R. Viola, “Band-limited quasi-synchronous CDMA: A satellite access technique towards personal communication systems via satellite,” *Copenhagen ICDSC'9 International conference on digital satellite communications 9th*, May 1992.
- [26] 阪本卓也, 梅原大祐, 川合誠, “静止衛星を用いた同期 CDMA 通信システムにおける同期化手法に関する検討,” *IEICE Society Conference*, Sep. 2001.
- [27] T. Sakamoto, D. Umehara and M. Kawai, “A Synchronization Method for Synchronous CDMA Systems with GEO Satellites,” *2001 Joint Conference on Satellite Communications*, Oct. 2001.

- [28] R. de Gaudenzi and M. Luise, "Decision-directed coherent delay-lock tracking loop for DS-spread-spectrum signals," *IEEE Transactions on Communications*, vol.39, no.5 May 1991.
- [29] 片山徹, "新版応用カルマンフィルタ," 朝倉書店, Jan. 2000.
- [30] P. F. Driessen, "DPLL bit synchronizer with rapid acquisition using adaptive Kalman filtering techniques," *IEEE Transactions on Communications*, vol.42, no.9, Sep. 1994.
- [31] 赤池弘次, 尾崎統, 北川源四郎, "時系列解析の方法," 朝倉書店, Sep. 1998.
- [32] 福島雅夫, "数理計画入門," 朝倉書店, Sep. 1997.
- [33] 臼井支朗, "インターユニバーシティ信号解析," オーム社, Oct. 1998.
- [34] 飯國洋二, "適応信号処理アルゴリズム," 培風館, July 2000.
- [35] J. M. R. Salis and L. M. del Rio, "Phase synchronization in a satellite-mobile channel," *International Journal of Satellite Communications*, vol.13, 1995.
- [36] G. M. R. Winkler, "Path Delay, Its Variations, and Some Implications for the Field Use of Precise Frequency Standards," *Proceedings of the IEEE*, vol.60, no.5, May 1972.
- [37] J. W. Armstrong, "Radio wave phase scintillation and precision doppler tracking of spacecraft," *Radio Science*, vol.33, no.6, pp.1727-1738, 1998.
- [38] 飯田尚志, "ウェーブサミット講座衛星通信," オーム社, Feb. 1997.
- [39] 高田正美, 吉田春彦, 田崎秀一郎, "PCM 衛星通信回線の運用中におけるドップラ偏移の測定について," 電気四学会連合大会, 1979.
- [40] E. Vilar and S. Senin, "Propagation phase noise identified using 40GHz satellite downlink," *ELECTRONICS LETTERS*, vol. 33, no. 22, pp. 1901-1902, Oct. 1997.
- [41] E. Vilar and H. Smith, "A theoretical and experimental study of angular scintillations in earth space paths," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol.AP-34, no.1, Jan. 1986.
- [42] K. M. Groves, S. Basu, E. J. Weber, M. Smitham, H. Kuenzler, C. E. Valadares, R. Sheehan, E. MacKenzie, J. A. Secan, P. Ning, W. J. McNeill, D. W. Moonan, and M. J. Kendra, "Equatorial scintillation and systems support," *Radio Science*, vol.32, no.5, pp.2047-2064, 1997.

- [43] 小倉久直, “確率過程入門,” 森北出版株式会社, Nov. 1998.
- [44] 斎藤恒雄, “画像処理アルゴリズム,” 近代科学社, 1993.
- [45] 社団法人日本測量協会, “GPS 測定の基礎テキスト,” 社団法人日本測量協会, 1998.
- [46] T. Oguchi, “Attenuation and phase rotation of radio waves due to rain: Calculations at 19.3 and 34.8GHz,” *Radio Science*, vol.8, no.1, pp.31-38, Jan. 1973.
- [47] 阪本卓也, “MU レーダーとの降雨同時観測による TRMM 降雨レーダーの地上校正,” 京都大学工学部 学士論文, 2000.
- [48] L. R. Welch, “Lower bounds on the maximum cross correlation of signals,” *IEEE Transactions on Information Theory*, May 1974.
- [49] H. E. Rowe, “Bounds on the number of signals with restricted cross correlation,” *IEEE Transactions on Communications*, vol.COM-30, no.5, May 1982.
- [50] P. J. Lee, “New short constraint length, rate $1/N$ convolutional codes which minimize the required SNR for given desired bit error rates,” *IEEE Transactions on Communications*, vol.COM-33, 1985.
- [51] K. H. Lee, J. Yoon, and J. S. Seo, “Broadcasting of Highly Accurate Timing & Frequency Reference via Geostationary KOREASAT,” 2001 Joint Conference on Satellite Communications, Oct. 2001.
- [52] A. S. Gupta, and B. S. Mathur, “Standard Time and Frequency Signal Broadcast Via INSAT-Accuracy Improvements Using Differential Mode,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 56, No. 2, pp. 212-215, Apr. 1997.

付録

A.1 伝搬路に起因する遅延時間変動

A.1.1 遅延時間変動の諸原因について

本文第3章中において遅延時間変動の原因について述べた。本章では衛星運動効果の式の導出をまず行う。次に本文中では扱わなかった電離層の効果や降雨の効果について詳細を述べる。更に、対流圏シンチレーションの原因となる乾燥大気や水蒸気といったメディアの遅延時間に関する特性を明確にする。本論文で同期維持上問題となるのは遅延時間そのものではなく遅延時間の変動である。しかしながら遅延時間そのものが小さい場合、その遅延時間変動も小さくなるため、遅延時間そのものについて調べることは必要である。

A.1.2 衛星運動効果

地球局の位置を北緯 ψ 度、東経 λ_F 度、衛星の位置を東経 λ_S 度、地球の半径を $r = 6378\text{km}$ 、衛星の軌道半径を $a = 42164\text{km}$ とする。このとき、地球局と衛星との距離 ρ_0 は次式で表される [38]。

$$\rho_0 = \sqrt{a^2 - 2ar \cos \psi \cos \lambda + r^2} \quad (\text{A.1})$$

ここで感度係数 u, v, w を次式で定義する。

$$u \equiv \cos \phi \cos \theta \quad (\text{A.2})$$

$$v \equiv -\cos \phi \sin \theta \quad (\text{A.3})$$

$$w \equiv -\sin \phi \quad (\text{A.4})$$

$$(\text{A.5})$$

ただし、 θ 及び ϕ を次式で定義する。

$$\theta \equiv \tan^{-1} \frac{r \cos \psi \sin \lambda}{a - r \cos \psi \cos \lambda} \quad (\text{A.6})$$

$$\phi \equiv \tan^{-1} \frac{r \sin \psi}{\sqrt{a^2 - 2ar \cos \psi \cos \lambda + r^2 \cos^2 \psi}} \quad (\text{A.7})$$

ここで $\lambda = \lambda_F - \lambda_S$ である。衛星の運動方程式の一般解を解くことで、 ρ_0 の変化分は感度係数 u, v, w に加えて任意定数 $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ によって、次のように表される。

$$\begin{aligned} \delta \rho = & (vE_1 - u \frac{2}{3\omega} E_2) + vE_2 t \\ & + (vE_3 + 2vE_4 + wE_5) \cos \omega t + (uE_4 - 2vE_3 + wE_6) \sin \omega t \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

式 (A.8) は直流成分、1 次ドリフト、1 日周期の正弦振動からなることが分かる。このうち、1 次ドリフトはステーションキーピングされている衛星の場合十分小さいと見なせるため、以下、式 (A.8) の正弦振動項に注目する。ここで衛星の軌道の離心率 e に関して $ae = \sqrt{E_3^2 + E_4^2}$ なる関係が成り立つ。したがって $\delta\rho$ の正弦振動成分 $\delta\rho^*$ は次式を満たす。

$$\delta\rho^*(t) = ae\sqrt{u^2 + 4v^2} \cos(\omega t + \alpha_1) + ai|w| \cos(\omega t + \alpha_2) \quad (\text{A.9})$$

ここで α_1 及び α_2 はステーションキーピングの実施方針によって定まる定数であり、 i は軌道傾斜角である。制御局と衛星の距離及び地球局と衛星の距離の差 $\delta\rho_{\text{diff}}^*(t)$ は次式で与えられる。

$$\delta\rho_{\text{diff}}^*(t) = \delta\rho_F^*(t) - \delta\rho_N^*(t) \quad (\text{A.10})$$

但し、 $\delta\rho_F^*(t)$ 、 $\delta\rho_N^*(t)$ はそれぞれ地球局と衛星の距離の正弦変化分及び制御局と衛星の距離の正弦変化分である。以上では地球局と衛星との距離のうち正弦振動に関する項のみについて考察を行ったが、1 次ドリフトの補正のために行うステーションキーピングは短周期の距離変化を生じさせる原因となるが、発生頻度が低いため考慮しないとする。この結果、本文中で用いた衛星運動効果の式が導出される。

A.1.3 電離層

電離層とは地上 100km から 500km の部分を指し、メディアとしては分散性という際立った特徴を有する。このため群速度と位相速度が一致しない。故に搬送波に対する遅延と変調信号に対する遅延では特性が異なることに注意を要する。電離層の電子密度は太陽より照射される紫外線量によって変化する。紫外線量は地球上の場所、太陽の高度によって変化するため、電離層の電子密度は太陽活動の 11 年周期、緯度、季節、地方時によって変化する。さらに太陽面での爆発や地磁気現象に伴う不規則な短時間変動も存在する。電離層のプラズマ周波数 f_p [Hz] は電子密度 N [m^{-3}] を用いて次式で表される [45]。

$$f_p = 9\sqrt{N} \quad (\text{A.11})$$

表 A.1: 電離層の遅延時間

搬送波周波数 [GHz]	太陽活動度	昼夜	遅延時間 [nsec]
30	大	昼	0.11
30	小	夜	0.0023
1.5	大	昼	45.0
1.5	小	夜	0.90

電離層の屈折率 n は次式で表される。

$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2} \quad (\text{A.12})$$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{f_p}{f}\right)^2 \quad (f \gg f_p) \quad (\text{A.13})$$

群速度の遅延 D_{ig} は電離層の実効厚み W_i を用いて次式で表される。

$$D_{ig} = \frac{W_i}{2c} \left(\frac{f_p}{f}\right)^2 \quad (\text{A.14})$$

但しここで c は光速を表す。一方、位相速度の遅延 $D_{ip}[\text{sec}]$ は次式で表される。

$$D_{ip} = -\frac{W_i}{2c} \left(\frac{f_p}{f}\right)^2 \quad (\text{A.15})$$

式 (A.15) は式 (A.14) の符号を反転させたものであることが分かる。電離層の実効厚み W_i は実際の厚み W_{i0} を用いて $W_i = W_{i0}/\sin \theta_s$ と表される。ここで θ_s は衛星の仰角である。搬送波が 30GHz(Ka バンド 上り) 及び 1.5GHz(L 帯下り) の場合の電離層における遅延時間を表 A.1 に示す。但しプラズマ周波数を 15MHz、電離層の実効厚みを 300km とする。同表より Ka バンドにおける電離層遅延は充分小さく、無視しうると考えられる。

A.1.4 乾燥大気

乾燥大気による遅延 $D_a[\text{nsec}]$ は次式で表される。

$$D_a = 7.76 \times 10^4 W_a P / T c \quad (\text{A.16})$$

ただし $P[\text{hPa}]$ は気圧であり、 $T[\text{K}]$ は気温である。 W_a は乾燥大気の実効厚みであり約 8km であることが知られている。更に、式 (A.16) は近似的に次のように

書けることが知られている。

$$D_a = 2.3 \times 10^6 P/c \quad (\text{A.17})$$

但し $P[\text{hPa}]$ は海面での気圧である。例えば $P = 1030$ とすると $D_a = 7.9\text{nsec}$ となる。

A.1.5 水蒸気

水蒸気による遅延 $D_w[\text{nsec}]$ は次式で表される。

$$D_w = 1.12 \times 10^{12} e/T^2 c \quad (\text{A.18})$$

但し $e[\text{hPa}]$ は水蒸気の分圧であり、 $T[\text{K}]$ は海面での気温である。仮に気温を 17 度、水蒸気分圧を飽和水蒸気圧 20hPa とすると $D_w = 0.8\text{nsec}$ となる。

A.1.6 降雨

降雨による 34.8GHz の電波の位相回転量を図 A.1 に示す [46]。同図の破線は

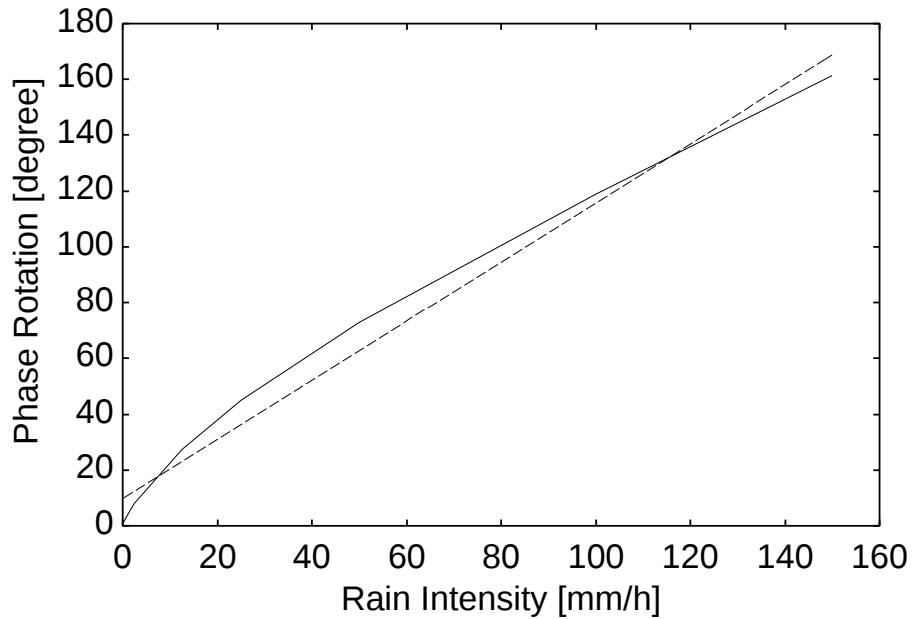


図 A.1: 34.8GHz ビーコン信号の降雨による位相回転量

回帰直線であり、 $\theta_r = 1.1R + 9.7$ である。同図より、降雨強度にほぼ線形に位相回転量が決まることが分かる。これは降雨レーダー等で降雨の後方散乱断面積が降雨強度に対し強い非線形特性を有する点と対照的である [47]。更にその勾配は緩やかであり、降雨による位相回転量は他の要因に比べ小さいと言える。

表 A.2: 30GHz 帯における伝搬路の遅延時間変動

伝搬路	平均遅延時間 [nsec]	遅延時間理論式
衛星運動効果	国内最大 2600	$3618 \cos(\omega t + \phi)$
電離層	0.056	$4.5 \times 10^{-11} N\tau/c$
乾燥大気	7.3	$2.3 \times 10^6 \times P/c$
水蒸気	1.0	$1.12e \times 10^{12}/T^2 c$
降雨	0.02	$8.3 \times 10^4 R/c$

降雨による遅延 D_r [nsec] は近似的に次式で表される。ただし R [mm/h] は降雨強度である。

$$D_r = 2.8 \times 10^4 (R + 17.0) W_r / c \quad (\text{A.19})$$

ここで W_r は降雨範囲の実効厚みである。降雨量が比較的少ない層状性降雨の場合は降雨範囲は 3km 程度としてよく、次式が成り立つ。

$$D_r = 8.3 \times 10^4 (R + 17.0) / c \quad (\text{A.20})$$

一方降雨量が比較的多い対流性降雨の場合は降雨範囲 W_r は大きくなり、上式では遅延量は小さく見積もられることになる。また、衛星の仰角が小さい場合は実効厚みはより大きくなる。

A.1.7 遅延時間変動の主な要因

前節までに述べた遅延変動要因の特徴を表 A.2 に示す。同表から遅延時間変動の主な原因は衛星運動効果及び対流圏シンチレーションであり、電離層や降雨による効果は無視しうると考えられる。

遅延時間差 $V(t)$ は伝搬遅延変化の差となるため、前述のように衛星の運動による影響は 2 地点間で大きな相関があるため、実際にシステムに影響する外乱は 1 地点で観測される遅延変化量よりも小さい。また、大気や降雨の伝搬遅延に関しては大気及び降雨の水平方向の相関長がそれぞれ 5km 及び 1.9km[47] 程度と小さいため、制御局に極端に近い地球局を除くと 2 地点間の伝搬遅延変化は独立であるといえる。電離圏の電子密度の分布は相関長は数百 km と言われているが、システムに大きく影響をおよぼすのはシンチレーションなどの短周期変動なので 2 地点間におよぼす影響は独立としてよいと考えられる。

A.2 CDMA 同期化による多重数増加の評価

A.2.1 同期化による利点の評価

CDMA による多重方式はマルチメディアネットワーク等のパケット通信において統計的多重効果が期待できるという長所を持つ一方で、非同期で用いた場合には FDMA や TDMA といった方式と比較して周波数利用効率の点で劣っているという問題がある。この理由として FDMA や TDMA のように周波数方向や時間方向に関しては自明な正規直交関数系があるのに対して、非同期 CDMA においては拡散符号の直交性が任意の位相差において必要となるために正規直交関数系を見つけることが極めて困難であることが考えられる。しかし、受信時に各々の信号が完全に同期している場合には相互干渉を十分小さくすることが可能となり、周波数利用効率を高くすることが可能となる。一方、CDMA 同期化の利点是用いる符号系を与えられれば相互相関関数のタイムラグが 0 の場合の値を用いて定量的な評価が容易にできる。しかし、複数の符号系を含む符号系の集合についての評価については未だ例がない。本章では Welch の不等式の等号を満たす符号系の集合に対して CDMA 同期化による利点を定量的に評価することを目的とする。結果は適当な近似を行うことで簡単な式で表すことが可能であり、その式を用いて同期化の重要性を指摘する。

A.2.2 システムモデル

複数の固定地球局及び 1 個のベントパイプ (bent-pipe) 静止通信衛星を仮定する。ベントパイプ衛星は受信信号に対し、周波数変換及び増幅のみを行う。変調方式として BPN(Binary Pseudo Noise) 方式及び QPN(Quadrature Pseudo Noise) 方式の 2 通りについて調べる。BPN、QPN 共に、1 次変調には QPN を用いるが、2 次変調の方式が異なる。BPN では各直交成分を同一の拡散符号によって拡散変調を行い、QPN では各直交成分それぞれに異なる拡散符号によって拡散変調を行う。QPN は BPN に比べてチャネル数を制限するものの、衛星のトランスポンダの非線形性への耐性に優れた方式であると考えられる。本論文では非線形性については考えないものとする。BPN 及び QPN のブロック図を図 A.2 に示す。

各地球局に割り当てる拡散符号の数は BPN では 1 個、QPN 方式では 2 個となる。直接拡散 CDMA システムで問題となる遠近問題は適切な送信パワー制御により考えなくて良いものとする。また、使用帯域幅を一定に保った状態で

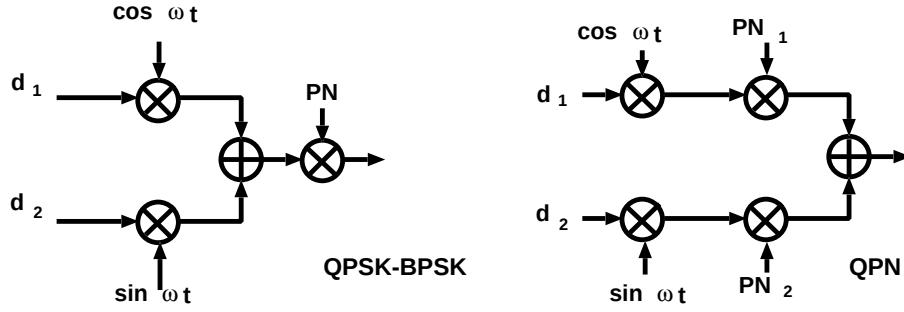


図 A.2: 各変調方式のブロック図

検討を行う。アクティブチャネルの数は一般には 2 項分布に従うランダム過程であるが、ここではチャネルの数が十分多い場合を想定し、一定とする。また、CDMA 干渉雑音は白色ガウス雑音と見なせるものと仮定する。この場合、ビット誤り率は受信時の干渉電力と熱雑音の和を見掛け上の白色ガウス雑音とみなした場合の (E_b/N_0) 及び符号化利得のみによって決まる。

A.2.3 CDMA 干渉電力と拡散符号数

最初に、同期 BPN 方式のシステムについて考える。システム全体で用いる拡散符号全体の集合 C は次式で定義される集合である。

$$C \equiv \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_A\} \quad (\text{A.21})$$

誤り訂正符号を用いない場合の拡散符号長を N とすると符号化率 r の場合、拡散符号長は rN となる。 C の各成分に対して次式が成り立つ。

$$\mathbf{c}_i \in \mathbf{D}^{rN} \quad (i = 1, 2, \dots, A) \quad (\text{A.22})$$

ここで $\mathbf{D}$ は次式で表される集合である。

$$\mathbf{D} \equiv \left\{ \frac{1}{\sqrt{rN}}, -\frac{1}{\sqrt{rN}} \right\} \quad (\text{A.23})$$

この時明らかに次式が成り立つ。

$$|\mathbf{c}_i| = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, A) \quad (\text{A.24})$$

同期 CDMA の符号間相関の最大値 ε は次式で定義される。

$$\varepsilon \equiv \max_{1 \leq i < j \leq A} \{\mathbf{c}_i \mathbf{c}_j^T\} \quad (\mathbf{c}_i, \mathbf{c}_j \in C) \quad (\text{A.25})$$

CDMA の符号数 A は符号長 rN 及び ε を用いて次の Welch の評価式により上から押さえられることが知られている [48][49]。

$$A \leq \frac{rN - 1}{1 - rN\varepsilon^2} + 1 \quad 0 \leq \varepsilon^2 < \frac{1}{rN} \quad (\text{A.26})$$

Welch の評価式は式 (A.22) において D を実数 R に置き換えても成り立つことが知られている。式 (A.26) の等号が成り立つ符号系の集合には Walsh 符号、Gold 符号、Kasami 符号などが含まれる。Walsh の不等式において、符号間相互相関のうち ε と等しいものが存在する場合、全ての符号間相互相関が ε と等しくなることが知られている。Welch の不等式に関し、付録 A.3 に詳細を述べる。

式 (A.26) においてチャネル数 $M = A$ とすると BPN 同期 CDMA に関するチャネル数評価が可能となるが、 M を次式で表すことによって他の場合にも拡張できると考えられる。

$$M = \frac{A}{s_m s_s} \quad (\text{A.27})$$

ここで s_m は変調方式に依存する定数であり、 s_s は同期状態に依存する定数である。BPN 及び QPN に関してそれぞれ $s_m = 1, s_m = 2$ となる。高い同期精度を要求しなくとも符号の相互相関値の最大値が ε となるような符号を考える場合、符号数は減少すると考えられる。この減少の割合を表すのが s_s であるが、実際の値は知られていないためにここでは許容される同期精度をチップ幅で正規化した値を仮定する。システムスケーリング値 s を次式で定義する。

$$s = s_m s_s \quad (\text{A.28})$$

s の値は次の表で示す通りの値となると仮定する。ここで準同期 CDMA とは前後 1chip の同期外れを許容する符号を用いた場合を表している。

表 A.3: 変調方式及び同期方式に対応する s 値

	BPN	QPN
同期	1	2
準同期	3	6
非同期	N	$2N$

式 (A.27) を式 (A.26) に代入することで次式を得る。

$$sM \leq \frac{rN - 1}{1 - rN\varepsilon^2} + 1 \quad 0 \leq \varepsilon^2 < rN^{-1} \quad (\text{A.29})$$

式 (A.29) はチャネル数と相互相関値の関係を表している。

A.2.4 通信品質と干渉電力

平均アクティブ率 ξ を次式で定義する。

$$\xi \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{TM} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^M d(j, t) \quad (\text{A.30})$$

ここで $d(j, t)$ ($j = 1, 2, \dots, M; t = 1, 2, \dots$) は j 番目のユーザーが t ビット目にデータを送信しているなら 1、そうでない場合は 0 の値を取る関数である。同様にアクティブ率 $\xi(t)$ を次式で定義する。

$$\xi(t) \equiv \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M d(j, t) \quad (\text{A.31})$$

$\xi(t)$ は 2 項分布に従う確率変数であるため、チャネル数 M が十分大きい場合、次式が成り立つ。

$$\xi(t) \simeq \xi \quad (\text{A.32})$$

以下では式 (A.32) が成り立つものと仮定する。

信号電力で正規化した干渉電力 I と ε の間には次式が成立する。

$$I = M\xi\varepsilon^2 \quad (\text{A.33})$$

使用可能帯域幅を B とし、 CNR_0 を次式で定義する。

$$\text{CNR}_0 \equiv \frac{P_s}{N_0 B} \quad (\text{A.34})$$

ただし、 P_s は単一の BPSK の搬送波の電力、 B は使用可能帯域幅、 $N_0/2$ を単位周波数当りの雑音電力とする。

また、シンボル速度 R_s 及び拡散符号長 rN は次式を満たす。

$$rN = B/R_s \quad (\text{A.35})$$

式 (A.33) より、シンボルエネルギー対雑音密度比 $(E_s/N_0)_{\text{eff}}$ は次式で表される。

$$\left(\frac{E_s}{N_0}\right)_{\text{eff}} = \frac{P_s}{N_0 R_s + 2M\xi\varepsilon^2 P_s} \quad (\text{A.36})$$

$$= \frac{rN}{2} \frac{1}{\xi\varepsilon^2 M r N + \text{CNR}_0^{-1}} \quad (\text{A.37})$$

ただし $(E_s/N_0)_{\text{eff}}$ は所望の BER を達成する最小の値である。ただし $(E_s/N_0)_{\text{eff}}$ は次式のように表される。

$$\left(\frac{E_s}{N_0}\right)_{\text{eff}} = r \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{eff}} \quad (\text{A.38})$$

誤り訂正符号無しの場合の $(E_b/N_0)_{\text{eff}}$ を E と書くことにする。また、符号化率が r の際の符号化利得を $G(r, E)$ とする。ただし $G(r, E)$ はリニアでの値であり、定義域を $(0, 1]$ とし、微分可能で上に凸な単調減少関数と仮定する。また、 M を地球局数の最大値とする。ここで式 (A.29) と式 (A.37) は次式のように書き直される。

$$\begin{cases} sM - rN \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - rN\varepsilon^2} \leq 0 \\ r\chi M \varepsilon^2 - G(r, E) + \frac{2E}{N\text{CNR}_0} \geq 0 \\ 0 \leq \varepsilon^2 < \frac{1}{rN} \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

ここで $\chi = 2E\xi$ とおいている。ここで誤り訂正符号の符号化率の最適化は式 (A.39) の 3 条件のもとで M を最大化する非線形最適化問題へと帰着する。

A.2.5 同期化によるチャネル数の増加

式 (A.39) に具体的な数値を与え、検討を行う。 $G(r, E)$ の概形の例として $\text{BER} = 10^{-6}$ ($E = 11\text{dB}$) における拘束長 7 の最適畳み込み符号+Viterbi 復号 (硬判定) における符号化利得 $G(r, 11\text{dB})$ をリニアで表わしたものを図 A.3 にプロットする [50]。 $G(r, E)$ の概形を近似できる関数として $G_a(r) = A - \log(B + 10^{Cr})$ を選び、図の値及びこの関数に対して最小 2 乗フィッティングを行い、未知数 A, B, C を決定する。計算の結果、 $A = 7.60565, B = 37.255, C = 2.84555$ と求まり、この値を代入した $G_a(r)$ を図 A.3 に破線で示す。以下、簡単のため数値計算で用いる $G(r, 11\text{dB})$ は $G_a(r)$ で近似させるものとする。

例として $\chi/s = 1, N = 127$ とした場合について式 (A.39) の最初の 2 式の r 及び ε^2 を変数として図 A.4 に例を図示する。ただし $\text{CNR}_0 \rightarrow \infty$ の極限をとるものとする。図より、式 (A.39) の最初の 2 式はいずれも十分広い範囲にわたって

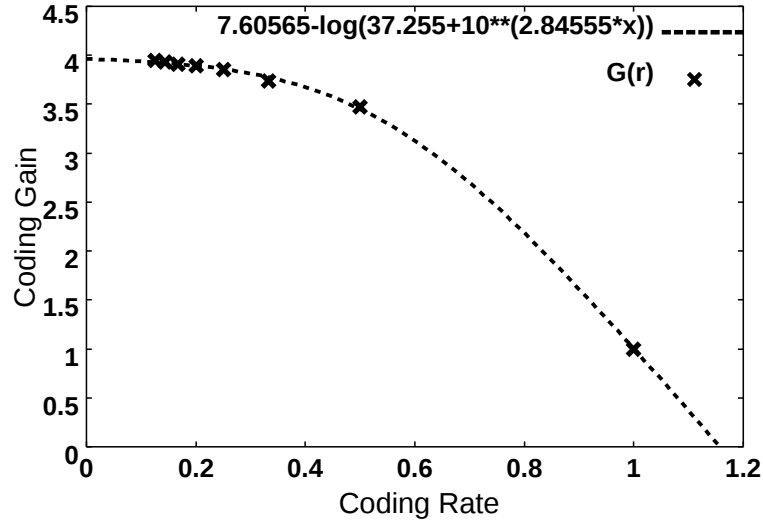


図 A.3: 符号化利得と符号化率の関係

有効制約となっていると考えられる。以下では両不等式が有効制約となっている場合について検討する。

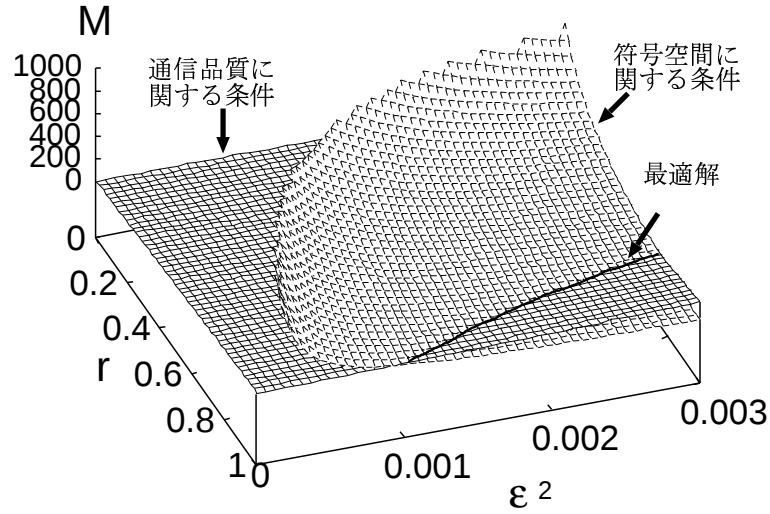


図 A.4: 制約条件のプロット

式 (A.39) の 2 式に対して等号が成立する場合、両式から ε^2 を消去することで次式が得られる。

$$\chi s M^2 + \left(2Es \text{CNR}_0^{-1} - \chi N r - NG(r, E)s \right) M - 2E \text{CNR}_0^{-1} + NG(r, E) = 0 \quad (\text{A.40})$$

この式を M について解くことでチャネル数の評価が可能となる。 $M \gg 1$ を仮定することで次式を得る。

$$M \simeq N \left(\frac{r}{s} + \frac{G(r, E)}{2E\xi} \right) \quad (\text{A.41})$$

式 (A.41) の括弧内の第 1 項目は拡散符号空間の次元による効果を、第 2 項目は誤り訂正符号化の利得による効果をそれぞれ表している。同期及び変調方式に関するパラメータ s に依存するのは第 1 項目のみであり、同期 CDMA と非同期 CDMA の収容チャネル数の差は $r(N - 1)$ となることが分かる。同期化によるチャネル増加率 η は次式で表される。

$$\eta = \frac{N - 1}{1 + \frac{NG(r)}{r}} \quad (\text{A.42})$$

但し $\chi/s = 2E\xi/s = 1$ を仮定している。チャネル増加率の符号化率に対する変化を N をパラメータとして図 A.5 に示す。図より、同期化の効果は拡散符号長

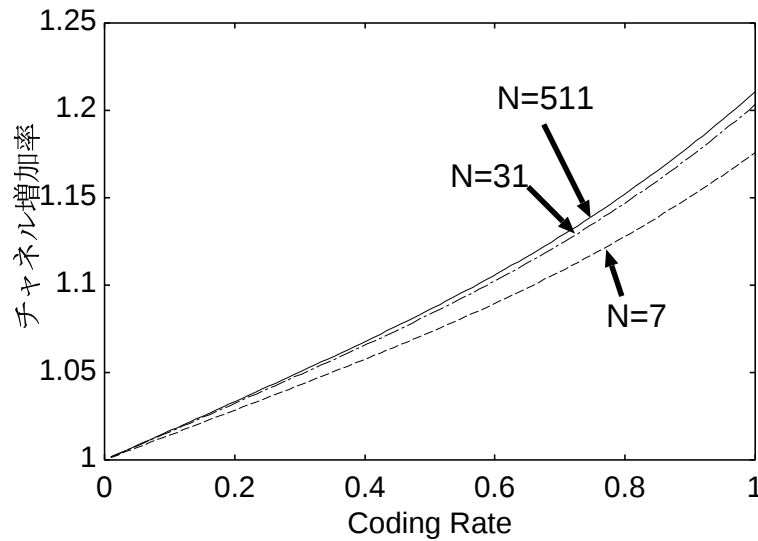


図 A.5: チャネル増加率の符号化率に対する変化

が長くなるほど大きくなり、最大 20% 程度のチャネル数増加が可能となることがわかる。以上より同期化により増えるチャネル数は大きく、CDMA の同期化が重要であると結論できる。

A.3 Welch の不等式と CDMA

A.3.1 Welch の不等式の証明

次のように M 個の符号があるとする。

$$(a_1^1, a_2^1, \dots, a_L^1)$$

$$(a_1^2, a_2^2, \dots, a_L^2)$$

$$\vdots$$

$$(a_1^\nu, a_2^\nu, \dots, a_L^\nu)$$

$$\vdots$$

$$(a_1^M, a_2^M, \dots, a_L^M)$$

この時、全ての ν に対して次式が成り立つとする。

$$\sum_{i=1}^L |a_i^\nu|^2 = 1 \quad (\text{A.43})$$

次に次式で $c_{\nu,\lambda}$ を定義する。

$$c_{\nu,\lambda} \equiv \sum_{i=1}^L a_i^\nu \bar{a}_i^\lambda \quad (\text{A.44})$$

この時、次式が成り立つと仮定する。

$$\varepsilon = \max_{\nu \neq \lambda} |c_{\nu,\lambda}| \quad (\text{A.45})$$

この時、次式の評価式が成り立つ。

$$M(M-1)\varepsilon^2 + M \geq \sum_{\nu,\lambda} |c_{\nu,\lambda}|^2 \quad (\text{A.46})$$

$$= \sum_{\nu,\lambda} (c_{\nu,\lambda})(\bar{c}_{\nu,\lambda}) \quad (\text{A.47})$$

$$= \sum_{\nu,\lambda} \left(\sum_{i=1}^L a_i^\nu \bar{a}_i^\lambda \right) \left(\sum_{j=1}^L \bar{a}_j^\nu a_j^\lambda \right) \quad (\text{A.48})$$

$$= \sum_{\nu,\lambda} \sum_{t=1}^L \sum_{\tau=1}^L a_t^\nu \bar{a}_\tau^\nu \bar{a}_t^\lambda a_\tau^\lambda \quad (\text{A.49})$$

$$= \sum_{t=1}^L \sum_{\tau=1}^L \left| \sum_{\nu=1}^M a_t^\nu \bar{a}_\tau^\nu \right|^2 \quad (\text{A.50})$$

$$\geq \sum_{k=1}^L \left[\sum_{\nu=1}^M |a_k^\nu|^2 \right]^2 \quad (\text{A.51})$$

$$\geq \left[\sum_{k=1}^L \sum_{\nu=1}^M |a_k^\nu|^2 \right]^2 / L \quad (\text{A.52})$$

$$= \frac{M^2}{L} \quad (\text{A.53})$$

上式の最初と最後の項の評価は即ち Welch の不等式である。(証明終)

A.3.2 等号成立条件と準同期条件

等号成立条件は次の2つである。

$$\left\{ \begin{array}{l} c_{\nu,\lambda} = \begin{cases} \varepsilon & (\nu \neq \lambda) \\ 1 & (\nu = \lambda) \end{cases} \\ \sum_{\nu=1}^M a_t^\nu \bar{a}_\tau^\nu = \begin{cases} 0 & (t \neq \tau) \\ \alpha & (t = \tau) \end{cases} \end{array} \right. \quad (\text{A.54})$$

符号系を次の2通りで表現する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 \\ \mathbf{a}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{a}_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_1 & \mathbf{d}_2 & \cdots & \mathbf{d}_L \end{bmatrix} \quad (\text{A.55})$$

この時、上記の等号成立条件は次のように書き換えられる。

$$\begin{cases} \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = \begin{cases} \varepsilon & (i \neq j) \\ 1 & (i = j) \end{cases} \\ \mathbf{d}_i \cdot \mathbf{d}_j = \begin{cases} 0 & (i \neq j) \\ \alpha & (i = j) \end{cases} \end{cases} \quad (\text{A.56})$$

サイクリック条件は、 $M = 3m$ とし、 m 個の符号から M 個の符号を生成すると仮定する。全ての i に対し、 $\mathbf{a}_i$ から $\mathbf{a}_i^+$, $\mathbf{a}_i^-$ を作る。この時、元の m 個の符号に 2チップ位相シフトの関係のある符号が無いと仮定する。と、最終的に Welch の評価式で決まる最大符号数 M の $1/3$ の符号が準同期用の符号系として得られる。後半の直交条件は位相シフト後にも自然に成り立つ。即ち、位相ずれを考慮した 5 パターンの相互相関値の値が全て同じになる条件と、位相シフト前の列ベクトル完全直交条件を考えれば良い。

A.3.3 線形符号と拡散符号

線形符号はその双対符号の最小距離が 3 以上であれば Welch の限界式を満たす。特に線形符号が巡回符号であれば準同期 CDMA にも使える。Reed-Solomon 符号で、連続する原始元が検査行列にあれば、その最小距離が 3 以上になる。検査行列に対応する符号は検査行列の張る部分空間の双対空間になるので、このときの符号の基底から線形結合による冗長な線形従属な符号を作ることによって目的の符号が得られる。このとき、任意の符号同士の位相シフトが 2chip 以上になるように選ぶ必要がある。これにより、 $M/3$ よりも多くの符号が得られる可能性がある。